

Statische und dynamische Untersuchung von Mehrkomponentensensoren für Kräfte und Momente

**Von der Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu
Braunschweig**

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Jan Erik Nitsche
aus: Limburg a. d. Lahn

eingereicht am: 26.03.2019
mündliche Prüfung am: 15.08.2019

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Rainer Tutsch
Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Fröhlich
Dr.-Ing. Rolf Kümme

2019

Use the Force, Luke.

Obi-Wan Kenobi, Star Wars - A New Hope.

Abstract

The measurement of forces and moments is a typical task in the measurement of mechanical quantities. Most sensors used in force and moment measurement are designed to measure only the amplitude of the force or moment vector in a given direction. This implies a reduction of the information included in the original force or moment vector.

Multi-component sensors that are able to measure force and moment components in different directions simultaneously are available and used in different fields. The calibration of such sensors however is not yet fully analyzed.

The aim of this work is to improve an existing setup for the static calibration of multi-component sensors and to extend a dynamic uniaxial calibration method for the use with multi-component sensors. In order to achieve this aim, photogrammetric measurement systems are implemented in the existing measurement setups. The photogrammetric measurement data is used to improve the uncertainty of the static reference system and to analyze the deformation of the sensor to be calibrated. In the dynamic setup, photogrammetry provides information about the force and moment vectors with six degrees of freedom.

Kurzfassung

Die Messung von Kräften und Momenten ist in der mechanischen Messtechnik weit verbreitet. Allerdings wird hierbei typischerweise lediglich der Betrag eines Kraft- oder Momentvektors in einer vorgegebenen Richtung ermittelt. Da Kräfte und Momente jedoch vektorielle Größen sind, stellt eine solche Messung eine starke Reduzierung der zu messenden Größe dar.

Mehrkomponentensensoren, die Kräfte oder Momente räumlich erfassen können, sind in verschiedenen Bereichen verbreitet, jedoch stehen bei der Kalibrierung dieser Sensoren viele Fragen, speziell bei der Umsetzung der Kalibrierung, offen.

In dieser Arbeit soll für die statische Kalibrierung von Mehrkomponentensensoren ein aktuell vorhandenes Verfahren optimiert sowie ein für die dynamische Kalibrierung vorhandenes Verfahren weiterentwickelt werden. Dazu werden erstmals klassische mechanische Kalibrierabläufe um optische Messsysteme nach dem Prinzip der Nahbereichsphotogrammetrie erweitert. Mit diesem zusätzlichen Messprinzip sollen weitere Informationen über den Messablauf gesammelt werden, welche die Ergebnisse der Kalibrierung verbessern. Die Verbesserung zielt im statischen Fall auf die Reduzierung der Messunsicherheit in der Kalibriereinrichtung sowie die Bestimmung der Verformung des Sensors ab. Im dynamischen Fall soll die Bestimmung der Referenzvektoren mit sechs Freiheitsgraden durch das photogrammetrische System erstmals ermöglicht werden.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	v
Kurzfassung	vii
Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xv
1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Ziel der Arbeit	2
2. Stand der Technik	5
2.1. Kraft und Moment	5
2.1.1. Definition von Kraft und Moment	5
2.1.2. Sensoren für Kraft und Moment	7
2.2. Kalibrierung von Sensoren für Kraft und Moment	8
2.2.1. Statische, uniaxiale Kalibrierung	8
2.2.2. Statische Mehrkomponentenkalibrierung	9
2.2.3. Dynamische, uniaxiale Kalibrierung	10
2.2.4. Dynamische Mehrkomponentenkalibrierung	10
2.3. Messunsicherheit nach GUM	12
2.3.1. Definition der Messunsicherheit	12
2.3.2. Bestimmung von Typ A und Typ B Unsicherheiten	13
2.3.3. Messunsicherheiten mit der Monte-Carlo-Methode	14
2.3.4. Kombinierte Standardunsicherheit	15
2.4. Mathematische Grundlagen	16
2.4.1. Satz der impliziten Funktionen	16
2.4.2. Koordinatentransformation	16
2.4.3. Starrkörpertransformation	18
2.4.4. Fourier-Transformation	19

2.5.	Parallelkinematiken	20
2.5.1.	Inverses kinematisches Problem	22
2.5.2.	Direktes kinematisches Problem	22
2.6.	Nahbereichsphotogrammetrie	23
2.6.1.	Punktförmig messende Systeme	24
2.6.2.	Flächenhaft messende Systeme	25
2.6.3.	Bündelblockausgleich	26
3.	Statische Referenzmesseinrichtung - Hexapod	29
3.1.	Physikalisches Modell der Hexapod-Anlage	31
3.2.	Geometriebestimmung des Hexapod	35
3.2.1.	Definition der Gelenkposition	35
3.2.2.	Optisches Messsystem zur Bestimmung der Gelenkpositionen	36
3.2.3.	Bestimmung der Gelenkpositionen	39
3.2.4.	Definition des globalen Koordinatensystems	41
3.2.5.	Unsicherheit der globalen Gelenkposition	42
3.3.	Messunsicherheit des Hexapods	43
3.3.1.	Einflussparameter	44
3.3.2.	Sensitivitätskoeffizienten	46
3.3.3.	Unsicherheit der Gelenkkoordinaten	48
3.3.4.	Messunsicherheitsbilanz	50
3.3.5.	Bewertung der Messunsicherheitsanalyse	53
3.4.	Analyse der Hexapod-Anlage	57
3.4.1.	Aufwärmverhalten	57
3.4.2.	Deformation unter Last	60
3.4.3.	Steuerung der Anlage	62
3.5.	Deformation des zu kalibrierenden Sensors	65
3.5.1.	Photogrammetrisches System zur Bestimmung der relativen Verschiebung der Plattformen	65
3.5.2.	Experimentelle Bestimmung der Deformation eines Sensors	66
3.6.	Ausrichtung der Koordinatensysteme	69
3.6.1.	Ausrichtung über iterative Optimierung	70
3.6.2.	Messunsicherheit des transformierten Koordinatensystems	71
3.6.3.	Verschiebung des Sensorkoordinatensystems	72
3.7.	Statische Kalibrierung im Hexapod	73

3.8. Empfehlungen zur Optimierung der Hexapod-Anlage . . .	76
4. Dynamische Referenzmesseinrichtung - Schwingerreger . . .	79
4.1. Analyse und Optimierung optischer Messtechnik für dynamische Messungen	80
4.1.1. Reproduktion stark unterabgetasteter Signale . . .	80
4.1.2. Untersuchung zum Einfluss der Bewegungsunschärfe auf digitale Bildkorrelation	84
4.1.3. Einfluss der Belichtungsdauer auf die Abtastung sinusförmiger Schwingungen	85
4.2. Photogrammetrisches Messsystem zur Bestimmung der Beschleunigungen im dynamischen Aufbau	87
4.2.1. Anforderungen an das photogrammetrische System	88
4.2.2. Aufbau des photogrammetrischen Systems	91
4.2.3. Ansteuerung und Synchronisation mit Laservibrometer und Kraft-/Momentsignalen	93
4.2.4. Auswertung der Messdaten	94
4.2.5. Verifizierung des photogrammetrischen Messsystems	96
4.3. Entwurf von Belastungskörpern für dynamische Einleitung variabler Lastrichtungen	98
4.3.1. Anforderungen an die Belastungskörper	99
4.3.2. Entwürfe der Belastungskörper	100
4.3.3. FEM-Simulation des dynamischen Aufbaus	101
4.3.4. Analyse der gefertigten Belastungskörper	103
4.4. Physikalisches Modell des dynamischen Mehrkomponentensensors	107
4.5. Parameteridentifikation	108
4.5.1. Bestimmung der internen Masse	108
4.5.2. Bestimmung von Federkonstante und Dämpfungskoeffizient	110
4.5.3. Bestimmung der dynamischen Sensitivität	113
4.5.4. Passive Kanäle bei axialer Kraftanregung	118
4.6. Empfehlungen zur Optimierung der dynamischen Mehrkomponentenkalibrierung	119
4.6.1. Mögliche Verbesserungen des Versuchsaufbaus . .	120
4.6.2. Weiterer Forschungsbedarf zur dynamischen Kalibrierung	121

5. Zusammenfassung und Ausblick	123
5.1. Statische Referenzmessung	123
5.2. Dynamische Referenzmessung	124
5.3. Ausblick	125
Nomenklatur	127
Literatur	133
A. Anhang	145
A.1. Messwerte	145
A.2. Gleichungen und Vektoren zur Berechnung im Satz der im- pliziten Funktion	146
A.3. Unsicherheitswerte	148
A.4. Signifikante Einflussfaktoren und Messunsicherheit für F_x , F_y , M_x , M_y und M_z bei $F_z = 5 \text{ kN}$	148
A.5. Photogrammetrie Hexapod	154
Danksagung	155

Abbildungsverzeichnis

2.1. Modell eines uniaxialen Kraftsensors als Masse-Feder-Dämpfer-System. [49]	11
2.2. Leck-Effekt bei DFT	21
2.3. Lochkameramodell	24
2.4. Identifizierter Objektpunkt aus zwei Blickstrahlen	27
3.1. CAD-Modell der Hexapod-Referenzmesseinrichtung [75]	30
3.2. Designmodell der Messeinheit	32
3.3. Definition der Geometrie des Messhexapod [75]	33
3.4. FEM-Modell eines rotationssymmetrischen Festkörpergelenks [74]	36
3.5. Gelenkpunkt des Festkörpergelenks als Mittelpunkt zwischen den Spitzen zweier Kegel	37
3.6. Referenzmesseinrichtung mit Marken für punktförmige Koordinatenmessung	38
3.7. Messfotos mit daraus resultierender 3D-Punktwolke	38
3.8. Festkörpergelenk	40
3.9. 3D-Punktwolke des Messhexapod	40
3.10. Gelenkpunkt aus Kegelfit	42
3.11. Aufwärmverhalten bei entkoppelten Plattformen	59
3.12. Aufwärmverhalten bei verbundenen Plattformen	59
3.13. FEM-Analyse der Verformung der Hexapod-Anlage unter Last [85]	61
3.14. Lastverlauf der einzelnen Vektorkomponenten	64
3.15. Kriechen des Ziellastvektors	66
3.16. Kamerasystem zur Bestimmung der relativen Posenänderung der Plattformen	67
3.17. Verschiebung der Plattformen bei $F_z = 10 \text{ kN}$	68
3.18. Referenzkräfte und Momente bei $F_z = 10 \text{ kN}$	68
3.19. Koordinatentransformation in Abhängigkeit der Lastrichtung	74

4.1. Spektralbereich eines unterabgetasteten Signals	83
4.2. Spektralbereich zweier unterabgetasteter, überlagerter Signale.	83
4.3. Ermittelte Verschiebung bei horizontal ausgerichteter Unschärfe	86
4.4. Einfluss der Belichtungsdauer auf die ermittelte Verschiebung einer Sinusschwingung.	87
4.5. Verhältnis zwischen gemittelter Auslenkung \bar{x} und Amplitude \hat{x}	88
4.6. Blockschaltbild des dynamischen Messaufbaus	95
4.7. Vibrometersignal und Kameratrigger [49]	97
4.8. Frequenzspektrum des Vibrometersignals. [49]	97
4.9. Verschiebung in Z und Fit-Funktion [49]	99
4.10. CAD-Zeichnungen der Aufbauten für dynamische Anregung von Kraftkomponenten	102
4.11. CAD-Zeichnungen der Aufbauten für dynamische Anregung von Momentkomponenten	102
4.12. Moden des Aufbaus zur Anregung von Axialkraft	104
4.13. Moden des Aufbaus zur Anregung von Querkraft	104
4.14. Statische Analyse der Belastungsmasse	106
4.15. Statische Analyse des Adapterkreuzes	106
4.16. Dynamische Analyse des Aufbaus für Axial- und Querkräfte	107
4.17. Modell eines zweidimensionalen Kraftsensors als Masse-Feder-Dämpfer-System [49]	109
4.18. Bestimmung der int. Masse des Sensorflansches [49]	110
4.19. Frequenzspektrum des Aufbaus mit variierter Masse . . .	112
4.20. Übertragungsfunktion für axiale Anregung [49]	112
4.21. Übertragungsfunktion für transversale Anregung [49] . . .	114
4.22. Abweichung der Sensitivitäten	116
4.23. Sensitivitäten bei zusätzlichem Massekörper	116
4.24. Beschleunigung der Lastmasse bei Anregung in X	118
4.25. Sensitivität bei Anregung in X	119
4.26. Auswertung nicht angeregter Kanäle	120
4.27. Koordinatensystem in Abhängigkeit der Auslenkung . . .	122

Tabellenverzeichnis

2.1. Kalibriereinrichtungen für Mehrkomponentensensoren . . .	11
3.1. Unsicherheitsbeitrag der Parameter \mathbf{p} auf L_1	51
3.2. Sensitivitätskoeffizienten c_i für X_{t1} in mm/mm	52
3.3. Kraft- und Momentkomponenten inklusive Unsicherheiten bei einer Referenzmessung von $F_i = 5 \text{ kN}$	52
3.4. Relative erweiterte Unsicherheiten ($k = 2$) für 10 %, 50 % und 100 % der nominalen Last von \mathbf{F} (10 kN) und \mathbf{M} (1 kN · m) 53	
3.5. Unsicherheitsbeiträge der Einflussfaktoren für uniaxiale Kraft von $F_z = 5 \text{ kN}$	54
4.1. Parameter der gefitteten Sinus-Funktionen	100
4.2. Maximal wirkende Kraftsignale und resultierende interne Massen auf Achse U bei Rotation um Achse u	111
4.3. Ermittelte Resonanzfrequenzen, Federsteifigkeiten und Dämpfungs- koeffizienten.	114
A.1. Messunsicherheit der Gelenkpositionen aus Wiederholungsmessungen (in mm)	145
A.2. Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf F_x bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5 \text{ kN}$	149
A.3. Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf F_y bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5 \text{ kN}$	150
A.4. Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_x bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5 \text{ kN}$	151
A.5. Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_y bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5 \text{ kN}$	152
A.6. Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_z bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5 \text{ kN}$	153
A.7. Technische Daten Photogrammetrie Hexapod	154

1. Einleitung

Die Messung von Kräften und Momenten ist ein seit langem etabliertes Feld in der mechanischen Messtechnik. In der klassischen Form reduziert sie sich auf die Messung des Betrages von Kraft oder Moment in einer vorgegebenen Richtung. Diese Reduzierung bringt jedoch Einschränkungen beim Einsatz von Kraft- und Momentsensoren mit sich. Speziell wenn die Richtung der zu messenden Last zu Beginn der Messung nicht eindeutig bekannt ist oder sich während der Belastung ändert, stoßen klassische Sensoren an ihre Grenzen.

Um diese Einschränkungen reduzieren zu können, werden Sensoren eingesetzt, die Kräfte und Momente simultan in verschiedenen Richtungen messen. Solche Mehrkomponentensensoren (MKS) werden in unterschiedlichen Bereichen entwickelt und eingesetzt. Die Einsatzgebiete reichen von Windkanalwaagen und Werkzeugmaschinen über Robotikanwendungen bis zu Spezialfällen in Forschung und Entwicklung. [1–12]

1.1. Motivation

Trotz der großen Anzahl von entwickelten MKS und deren Einsatz in zum Teil sicherheitsrelevanten Bereichen existieren bisher wenige Verfahren, die Messwerte solcher Sensoren rückführbar an das internationale Einheitensystem *Système international d'unités* (SI) anzuschließen. Diese Rückführung ist jedoch notwendig um sicherzustellen, dass die Messergebnisse im Rahmen ihrer zugeordneten Unsicherheit korrekt sind.

Die Darstellung und Weitergabe der SI-Einheiten ist Aufgabe nationaler Metrologieinstitute wie der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB). Um diese Aufgabe erfüllen zu können kann es nötig sein, neue Verfahren oder Einrichtungen zu entwickeln.

Für die statische Rückführung von MKS ist eine solche Einrichtung an der PTB in den Jahren 2001 - 2003 entwickelt und aufgebaut worden. Allerdings erreicht sie aktuell noch nicht die Anforderungen, welche für

einen zuverlässigen Einsatz als Referenzmesseinrichtung gefordert sind. Somit entstand der Wunsch, diese Anlage genauer zu untersuchen und zu optimieren.

Bei vielen Einsatzszenarien von MKS ist die auf den Sensor wirkende Last jedoch nicht statisch. Wechseln Lastrichtung oder Amplitude in sehr kurzen Zeitbereichen, kann der mechanische Aufbau eines Sensors einen deutlichen Einfluss auf die Messergebnisse zeigen. Um diesen Einfluss berücksichtigen zu können, muss der entsprechende Sensor auch dynamisch untersucht werden. Solche Untersuchungen können für klassische Kraft- und Momentsensoren durchgeführt werden. Für MKS ist das hierzu verwendete Verfahren in der Form jedoch nicht direkt einsetzbar. Daher soll es für die dynamische Untersuchung erweitert werden, um auch MKS charakterisieren zu können.

1.2. Ziel der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die vorhandene Einrichtung zur statischen Kalibrierung von MKS zu verbessern und das dynamische Kalibrierverfahren auf MKS zu erweitern. Kapitel 3 beschäftigt sich mit der statischen Kalibrierung. Die dynamische Kalibrierung wird in Kapitel 4 behandelt.

Zur Verbesserung der statischen Kalibrierung in der Referenzmesseinrichtung ist es das Ziel, die Messunsicherheit der Referenzvektoren zu verringern, eine Methode zum Vergleich zwischen Referenz- und Sensorsignalen zu entwickeln und eine Sensitivitätsmatrix des Sensors zu berechnen. Hierzu ist es zunächst notwendig, ein physikalisches Modell der Referenzmesseinrichtung aufzustellen und die mechanischen und geometrischen Parameter des Modells zu bestimmen. Anhand dieser Daten kann die Messunsicherheit für die Referenzkräfte und Momente abgeschätzt werden.

Anschließend wird die Anlage hinsichtlich ihres mechanischen Verhaltens und der Bedienung untersucht. Daraus können mögliche Einflüsse der Anlage auf die Kalibrierung identifiziert werden.

Ein interessanter Aspekt bei dem Einsatz von Sensoren für Kraft und Moment ist die Deformation der Sensoren unter Last. Um diese Deformation bestimmen zu können, wird die Referenzmesseinrichtung um ein Messsystem erweitert, welches die Deformation des eingebauten Sensors erfassen kann.

Für den Vergleich von Referenzkraft- und Momentvektoren mit der Ausgabe des zu kalibrierenden Sensors ist es nötig, die Koordinatensysteme von Sensor und Referenz ineinander zu transformieren. Diese Transformation und ihr Einfluss auf die Kalibrierung wird ebenso untersucht, wie eine mögliche Verschiebung des Sensorkoordinatensystems durch Verformung des Sensors.

Ziel der Kalibrierung eines MKS ist die Bestimmung einer Kalibriermatrix zur Umrechnung von Sensorsignalen in Kraft- und Momentkomponenten. Hierzu wird ein möglicher Kalibrierablauf in der Referenzmesseinrichtung inklusive Auswertung der Messergebnisse beschrieben. Abschließend werden im Rahmen der Untersuchungen identifizierte Schwachstellen und Verbesserungsmöglichkeiten der Anlage zusammengefasst.

Für die dynamische Kalibrierung von MKS existiert bisher kein geeigneter Aufbau und Ablauf. Ziel ist es daher, ein etabliertes Verfahren zur dynamischen Charakterisierung von Kraftsensoren für die Untersuchung von MKS zu erweitern.

Das vorhandene Verfahren eignet sich in der aktuellen Form nicht, um Kräfte oder Momente in beliebiger Raumrichtung zu identifizieren. Daher wird der bisher verwendete Aufbau um ein optisch messendes System erweitert, welches die Verschiebungen eines Körpers mit sechs Freiheitsgraden im Raum bestimmen kann. Aus diesen Bewegungen kann eine auf den Sensor wirkende Referenzkraft ermittelt und mit den Sensorsignalen verglichen werden.

Einen weiteren Schwerpunkt bildet der Entwurf geeigneter Belastungskörper und Adaptionselemente zur Anregung von dynamischen Kräften und Momenten in verschiedenen Orientierungen. Ziel hierbei ist die Erzeugung einzelner Kraft- und Momentkomponenten in den Achsen des Sensorkoordinatensystems.

Die dynamische Charakterisierung von uniaxialen Kraftsensoren basiert auf einem physikalischen Modell des Sensors. Dieses Modell wird für die Untersuchung von MKS überarbeitet. Auf Basis dieses überarbeiteten Modells werden die Modellparameter experimentell bestimmt.

Den Abschluss bildet auch hier eine Zusammenfassung identifizierter Schwachstellen und Verbesserungsmöglichkeiten des Aufbaus. Des Weiteren werden offene Fragestellungen gesammelt und Anregungen für weitere Untersuchungen gegeben.

2. Stand der Technik

Im nachfolgenden Kapitel sollen die für das Verständnis der vorliegenden Arbeit notwendigen technischen, physikalischen und mathematischen Grundlagen, sowie der aktuelle Stand der Technik zusammengefasst werden. Diese Zusammenfassung ist bewusst knapp gehalten. Zur Vertiefung in die einzelnen Bereiche wird auf die entsprechende Literatur verwiesen.

2.1. Kraft und Moment

2.1.1. Definition von Kraft und Moment

Die physikalische Größe *Kraft* (\mathbf{F}) ist im SI als von den Basiseinheiten Kilogramm, Meter und Sekunde abgeleitete Größe definiert. Die Einheit der Kraft ist das *Newton*:

$$[\mathbf{F}] = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (2.1)$$

Wirkt eine Kraft auf einen Körper im Raum, kann dieser dadurch verformt und/oder beschleunigt werden. Dabei muss, neben dem Betrag der Kraft, immer auch ihre Richtung und ihr Angriffspunkt beziehungsweise ihre Wirklinie berücksichtigt werden. Entlang der Wirklinie kann der Kraftangriffspunkt beliebig verschoben werden, ohne dass sich dadurch die Wirkung auf den Körper verändert. Greifen mehrere Kräfte an einem Körper an, können diese entsprechend ihrer Beträge und Richtungen zu einer resultierenden Kraft zusammengefasst werden. Heben sich die einzelnen Kräfte gegenseitig auf, so befindet sich der Körper im Gleichgewicht und erfährt keine weitere Beschleunigung oder Verformung.

Die oben beschriebenen Effekte einer Kraft auf einen Körper lassen sich durch zwei physikalische Zusammenhänge beschreiben. Die Änderung der Beschleunigung ist allgemein im *Grundgesetz der Dynamik*, auch als *2. Newtonsches Axiom* bezeichnet, zusammengefasst:

$$\mathbf{F} = m \cdot \ddot{\mathbf{x}} \quad (2.2)$$

Es besagt, dass die Beschleunigung $\ddot{\mathbf{x}}$ eines Körpers der Masse m proportional zur am Körper angreifenden Kraft \mathbf{F} ist. Der zweite Zusammenhang ist die elastische Verformung eines Körpers, welche durch das *Hookesche Gesetz* beschrieben wird:

$$|\mathbf{F}| = c \cdot \Delta l \quad (2.3)$$

Im elastischen Bereich ist hier der Betrag der an einem Körper angreifenden Kraft $|\mathbf{F}|$ proportional zur Längenänderung Δl des Körpers. Die Proportionalitätskonstante wird als Federsteifigkeit c bezeichnet.

Neben den hier beschriebenen Kraftwirkungen existieren noch weitere Möglichkeiten, Kräfte zu erzeugen (beispielsweise elektromagnetische Kraft), welche jedoch für die nachfolgend betrachteten Untersuchungen nicht relevant sind. Hierzu wird auf die entsprechende Literatur verwiesen. [1, 13, 14]

Verläuft die Wirklinie einer an einem Körper angreifenden Kraft nicht durch den Massenschwerpunkt dieses Körpers, erfährt der Körper zusätzlich zur linearen auch eine rotatorische Beschleunigung. Die die Rotation hervorrufoende physikalische Größe wird als Moment \mathbf{M} bezeichnet und ist abhängig von der angreifenden Kraft \mathbf{F} und dem Abstand \mathbf{r} zwischen Kraftangriffspunkt und der Rotationsachse:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}. \quad (2.4)$$

Erfolgt die Beschleunigung entlang einer Symmetrie- oder Rotationsachse, wird häufig der Begriff *Drehmoment* verwendet. Bei Beschleunigungen senkrecht zu dieser Achse ist der Begriff *Biegemoment* verbreitet. Da diese beiden Momente sich physikalisch nicht unterscheiden, wird nachfolgend allgemeiner der Begriff *Moment* in Kombination mit der entsprechenden Achse verwendet, wobei die Z-Achse typischerweise als Rotationsachse verwendet wird. Als Ausnahme werden unter anderem Herstellerangaben von Sensoren behandelt, die explizit die Begriffe *Drehmoment* und *Biegemoment* verwenden.

In Anlehnung an Gleichung (2.2) für lineare Beschleunigung erzeugt ein an einem Körper angreifendes Moment eine Rotationsbewegung mit einer Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$:

$$\mathbf{M} = \mathbf{J} \cdot \ddot{\varphi} \quad (2.5)$$

In dieser Gleichung beschreibt \mathbf{J} das Trägheitsmoment beziehungsweise den Trägheitstensor des Körpers. Dieser Wert beschreibt den Widerstand

des Körpers gegen eine Änderung der Rotationsgeschwindigkeit und ist abhängig von der Massenverteilung des Körpers im Bezug zur Rotationsachse. Im Gegensatz zur Masse m der linearen Bewegung ist das Trägheitsmoment abhängig von der Achse, um die der Körper rotiert. [13, 14]

2.1.2. Sensoren für Kraft und Moment

Für die Messung von Kräften und Momenten werden verschiedene Messprinzipien eingesetzt. Weit verbreitet, und bei den in dieser Arbeit verwendeten Sensoren ausschließlich verwendet, ist die Messung basierend auf einer elastischen Verformung nach Gleichung (2.3). Hierzu wird ein Sensorkörper, in der Regel aus Metall, so konstruiert, dass in einem definierten Bereich bei Belastung eine möglichst lineare Verformung auftritt. Die Verformung kann, beispielsweise mit Dehnungsmessstreifen (DMS), in ein elektrisches Signal gewandelt und aufgezeichnet werden. Für dynamische Anwendungen werden auch Sensoren nach dem piezoelektrischen Effekt verwendet. [1, 15–18]

Sensoren für Kraft und Moment unterscheiden sich in der Konstruktion lediglich in der Form des Sensorkörpers und in der Position und Ausrichtung der verwendeten Dehnungsmessung. So kann zum Beispiel ein einfacher Dehnzylinder als Kraftsensor verwendet werden, wenn die Dehnung entlang der Zylinderachse gemessen wird. Wird die Dehnung hingegen in einem Winkel von 45° zur Zylinderachse gemessen, ist der Sensor empfindlich für ein Moment entlang der Zylinderachse.

Klassische Kraft- oder Momentsensoren sollen nach Möglichkeit nur in der vorgegebenen Achse belastet werden. Entsprechender Wert wird bei der Entwicklung solcher Sensoren darauf gelegt, die Empfindlichkeit gegenüber unerwünschten Kraft- und Momentkomponenten durch spezielles Design der Verformungskörper und geeignete Positionierung der Dehnungsmessung zu reduzieren. Für den Einsatz ergibt sich hieraus die Anforderung, dass die zu messende Kraft- oder Momentrichtung hinreichend genau bekannt und während der Messung konstant ist. Ist dies nicht der Fall, wird das Ergebnis der Messung verfälscht. Abhilfe können hierbei Sensoren schaffen, welche Kräfte und Momente nicht nur in einer Achse, sondern entlang mehrere Achsen bis hin zum vollständigen Kraft- und Momentvektor erfassen können. Solche MKS sind in den vergangenen Jahren von verschiedenen Herstellern und Forschungseinrichtungen entwickelt und untersucht worden. [3, 6–8, 17, 19–27]

2.2. Kalibrierung von Sensoren für Kraft und Moment

Kraft- und Momentsensoren erzeugen als messbare Ausgangsgröße ein elektrisches Signal U . Je nach Typ des Sensors kann dieses Signal unterschiedliche Einheiten haben. Typische Ausgangssignale sind $\text{mV} \cdot \text{V}^{-1}$ für DMS-Sensoren oder pC bei piezoelektrischen Sensoren. Um einen Zusammenhang zwischen dem Ausgangssignal und der gemessenen Kraft oder dem gemessenen Moment herstellen zu können, müssen die Sensoren kalibriert werden. Dazu werden die Sensoren mit präzise bekannten Lasten beaufschlagt und das Sensorsignal bei diesen Lasten wird protokolliert. Anschließend kann ein funktionaler Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße hergestellt werden. Im einfachsten Fall besteht dieser aus einem einzelnen Koeffizienten für die Sensitivität S , der einen linearen Verlauf des Sensorsignals beschreibt:

$$F = S_0 + S_1 \cdot U \quad (2.6)$$

Für höhere Genauigkeiten kann eine Funktion dritter Ordnung ermittelt werden, welche den Verlauf des Sensorsignals deutlich besser widerspiegelt:

$$F = S_0 + S_1 \cdot U + S_2 \cdot U^2 + S_3 \cdot U^3 \quad (2.7)$$

Bei Sensoren mit mehr als einem Ausgangskanal müssen die verschiedenen Ausgangssignale zu den gewünschten Kraft- oder Momentwerten verrechnet werden. Somit ist ein einzelner Sensitivitätskoeffizient S nicht ausreichend, es wird eine Sensitivitätsmatrix \mathbf{S} benötigt.

Nachfolgend werden verschiedene Methoden und Richtlinien zur Kalibrierung von Sensoren für Kraft und Moment zusammengefasst.

2.2.1. Statische, uniaxiale Kalibrierung

Die statische, uniaxiale Kalibrierung ist der Standard bei der Kalibrierung von Kraft- und Momentsensoren. Sie wird in nationalen Metrologieinstituten im Bereich von $0,5 \text{ N}$ bis 2 MN bzw. von $1 \text{ N} \cdot \text{m}$ bis $20 \text{ kN} \cdot \text{m}$ mit erweiterten relativen Unsicherheiten von $2 \cdot 10^{-5}$ nach dem Prinzip der direkten Massewirkung realisiert. Hierzu wird der zu kalibrierende Sensor mit bekannten Massестücken im Erdschwerefeld belastet. Nach Gleichung (2.2) bzw. (2.4) kann die wirkende Kraft oder das wirkende Moment bei

genauer Kenntnis der Masse, der lokalen Erdbeschleunigung g_{loc} und, bei Momenten der Länge des Hebelarms, bestimmt werden. Um die genannten Unsicherheiten zu erreichen, müssen zusätzliche Effekte, wie Auftrieb der Luft, thermische Effekte, Anziehung zwischen den Massestücken und ähnliches berücksichtigt werden. Zur Erzeugung reiner Momente ohne überlagerte Kraftkomponenten werden in Momentnormalmesseinrichtungen entgegengesetzt gerichtete Kräftepaare oder Gegenlager, die mögliche Kräfte aufnehmen, eingesetzt. [1, 28, 29]

Der Ablauf der statischen, uniaxialen Kalibrierung ist in verschiedenen nationalen und internationalen Normen und Richtlinien beschrieben. Um die Auswirkung der Einbaustellung des Sensors in der Kalibriereinrichtung zu ermitteln, muss der Sensor bei der Kalibrierung immer in mehreren Einbaustellungen belastet werden. In jeder Einbaustellung ist eine, je nach Vorschrift vorgegebene, Anzahl von Belastungsstufen durchzuführen. Vor der Kalibrierung muss der Sensor mit Nennlast vorbelastet werden. Zwischen Erreichen einer Laststufe und Aufnahme der Messwerte ist eine vorgegebene Zeitspanne einzuhalten. Je nach Sensor und Verwendungszweck können nur Belastungsreihen oder Be- und Entlastungsreihen aufgenommen und ausgewertet werden. Die Auswertungsvorschriften sind ebenfalls in den Normen und Richtlinien beschrieben.[30–33]

2.2.2. Statische Mehrkomponentenkalibrierung

Die statische Mehrkomponentenkalibrierung ist gegenüber der uniaxialen Kalibrierung deutlich aufwändiger. Verschiedene Kalibriereinrichtungen wurden in den vergangenen Jahren hierzu entwickelt. Grob lassen sich diese in zwei Gruppen einteilen: Einrichtungen mit direkter Massenwirkung und Umlenkungsmethoden und Einrichtungen mit Referenzmessungen. Tabelle 2.1 fasst die nachfolgend beschriebenen Kalibriereinrichtungen zusammen.

Einrichtungen mit direkter Massenwirkung sind beispielsweise am Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRiM) in Torino [34], der Gyeongang National University in Korea [35, 36], Hitachi Construction Machinery in Japan [37] und der PTB in Braunschweig [38] installiert. Für Sensoren mit geringem Lastbereich ist am INRiM ein Verfahren mit einer Lastmasse und zwei Rotationstischen zur präzisen Einstellung der Ausrichtung entwickelt worden [39]. Vergleichbare Einrichtungen mit nachfolgender Auswertung nach dem *shape from motion* Verfahren werden

in [17, 21] beschrieben. Ein Aufbau mit Hebelarm und daran befestigten Massestücken in verschiedenen Ausrichtungen wird in [17, 40] vorgestellt.

Einrichtungen mit Referenzmessung beziehen die Information über die aufgebrachte Last nicht aus der direkten Krafterzeugung sondern aus einem mit dem zu kalibrierenden Sensor verbundenen Referenzsensor. An der PTB ist ein solcher Referenzaufbau in Form einer Parallelkinematik mit uniaxialen Kraftsensoren ausgeführt [41, 42].

Methoden zur Kalibrierung und Beschreibung der notwendigen Kalibrierkoeffizienten sind in [2, 15, 24] beschrieben. Aufgrund der hohen Komplexität und vieler verschiedener Ansätze bei der Kalibrierung von MKS existieren zur Zeit keine nationalen oder internationalen Normen oder Richtlinien hierzu.

2.2.3. Dynamische, uniaxiale Kalibrierung

Dynamische Kalibrierungen von Sensoren für Kraft und Moment lassen sich nach kontinuierlichen und nicht kontinuierlichen Methoden unterscheiden. Nicht kontinuierliche Anregung von Kraftsensoren kann in Form von Stoß- oder Impulsanregung erfolgen. Bei kontinuierlichen Untersuchungen wird der Sensor in der Regel mit periodischen Beschleunigungen, beispielsweise in Sinusform, angeregt und die Beschleunigung eines angeschlossenen Körpers der Masse m oder Massenträgheit J gemessen. Wirkende Kräfte oder Momente werden nach Gleichung (2.2) bzw. (2.5) berechnet. Ziel ist die Bestimmung der Sensitivität S in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz. Zusätzlich kann eine Phasenverschiebung ϕ zwischen dem Sensorsignal und der Anregung auftreten. Diese Phasenverschiebung soll bei der Kalibrierung zusätzlich identifiziert werden. Die Beschreibung des Sensorverhaltens kann durch ein einfaches physikalisches Modell eines gedämpften Zweimassenschwingers (Abbildung 2.1) abgebildet werden. Nationale oder internationale Normen zur dynamischen, uniaxialen Kalibrierung existieren aktuell nicht, eine nationale Richtlinie (aktueller Stand: [43]) ist in Arbeit. [16, 44–48]

2.2.4. Dynamische Mehrkomponentenkalibrierung

Zur dynamischen Charakterisierung von Mehrkomponentensensoren existieren sehr wenige Ansätze. Ein Verfahren vergleichbar zur dynamischen,

Tabelle 2.1.: Kalibriereinrichtungen für Mehrkomponentensensoren

Institut	Land	Vergleich	Achsen	Lastbereich
INRiM	I	Masse	6	F_z : 105 kN, F_{xy} : 6 kN 2 kN · m
GSNU	Korea	Masse	6	50 N - 500 N 5 N · m - 50 N · m
GSNU	Korea	Referenz	6	0 N - 2000 N 0 N · m - 400 N · m
Hitachi	Japan	Masse	6	294 N 14,7 N · m
PTB	D	Masse	2, F_z , M_z	20 kN - 1 MN 20 N · m - 2 kN · m
INRiM	I	Masse	6	200 N 15 N · m
TU Ilmenau	D	Masse	6	0,2 N 0,005 N · m
PTB	D	Referenz	6	1 kN bis 10 kN 0,1 kN · m bis 1 kN · m

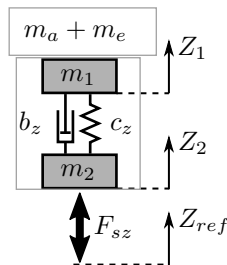


Abbildung 2.1.: Modell eines uniaxialen Kraftsensors als Masse-Feder-Dämpfer-System. [49]

uniaxialen Untersuchung mit periodischer Anregung ist in [50–52] beschrieben. Der zu untersuchende Sensor wird über Winkeladapter in unterschiedlichen Orientierungen auf einem elektrodynamischen Schwingerreger befestigt und mit einer Lastmasse verbunden. Wirkende Kräfte und Momente werden wie bei der uniaxialen Charakterisierung nach Gleichung (2.2) bzw. (2.5) berechnet. In [17] wird der zu untersuchende Sensor in einem festen Sensorrahmen montiert, an dem ein Tauchspulenaktuators in verschiedenen Orientierungen zur Erzeugung einzelner Kraft- und Momentkomponenten angeschlossen werden kann. Nationale oder internationale Normen oder Richtlinien zur dynamischen Mehrkomponentenkalibrierung existieren zur Zeit nicht.

2.3. Messunsicherheit nach GUM

Die Messung einer Größe q kann physikalisch bedingt nie den wahren Wert der gemessenen Größe wiedergeben. Somit stellt der Messwert y immer nur einen Schätzwert des wahren Wertes Y der Größe dar. Ist die zu messende Größe nicht direkt messbar, kann sie über einen funktionalen Zusammenhang f aus N anderen messbaren Größen X berechnet werden:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (2.8)$$

Um die Qualität des Messergebnisses einschätzen zu können, ist immer die Angabe einer Messunsicherheit zu dem gemessenen Wert notwendig. Für die Bestimmung der Messunsicherheit existiert ein international anerkanntes Regelwerk, der Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) [53]. Darin sind verschiedene Verfahren festgelegt wie die Messunsicherheit, in Abhängigkeit von den vorliegenden Informationen, zu einer Messung abgeschätzt werden kann. Nachfolgend werden die wichtigsten Definitionen und Berechnungsvorschriften des GUM zusammengefasst.

2.3.1. Definition der Messunsicherheit

Die Messunsicherheit ist im Internationalen Wörterbuch der Metrologie (Vocabulaire international de métrologie (VIM)) [54] und im GUM[53] definiert als:

„Nichtnegativer Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die der Messgröße auf der Grundlage der benutzten Information beigeordnet ist.“

Dabei werden im Wert der Messunsicherheit in der Regel unterschiedliche Faktoren zusammengefasst, die die Messung beeinflussen. Diese können systematischer oder stochastischer Natur sein und diverse Ursprünge haben. Typische Komponenten sind Umgebungseinflüsse wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit, mechanische Effekte wie Verformung von Bauteilen oder elektrische und elektronische Einflüsse wie elektromagnetische Einkopplungen, Digitalisierungseffekte, Anzeigeungenauigkeit oder Ähnliches.

Systematische Einflüsse sollen nach Möglichkeit, sofern ihre Quelle bekannt ist, vermieden oder rechnerisch korrigiert werden. Stochastische Fehler können nicht rechnerisch entfernt und müssen daher über ein mathematisches Modell berücksichtigt werden.

Die Messunsicherheit ist ein statistischer Wert, und gibt somit Informationen über die Wahrscheinlichkeit der zugeordneten Messung wieder. Dabei beschreibt die einfache Messunsicherheit die Standardabweichung der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Für normalverteilte Größen liegt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert sich innerhalb der Standardunsicherheit befindet, bei 68,27 %. In vielen Bereichen der Messtechnik ist diese Wahrscheinlichkeit nicht ausreichend. Daher wird ein Erweiterungsfaktor k verwendet, mit dem die Standardabweichung multipliziert wird. Für $k = 2$ liegen etwa 95,45 % der Werte innerhalb des betrachteten Intervalls, bei $k = 3$ sind es 99,73 %.

2.3.2. Bestimmung von Typ A und Typ B Unsicherheiten

Laut GUM können Messunsicherheiten in zwei Gruppen aufgeteilt werden. Dabei werden Unsicherheiten nach Typ A experimentell ermittelt, während Unsicherheiten nach Typ B aus anderen Quellen bezogen werden.

Für die Bestimmung von Typ A Unsicherheiten wird die Annahme getroffen, dass die Messung der Größe q zufällig variiert und dass für diese Größe n unabhängige Beobachtungen q_k unter den gleichen Bedingungen vorliegen. Unter diesen Voraussetzungen kann für den Schätzwert y der Größe q das arithmetische Mittel der Einzelmessungen q_k verwendet

werden:

$$y = \bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k. \quad (2.9)$$

Aus den vorliegenden Beobachtungen wird die experimentelle Standardabweichung der Einzelmessung berechnet:

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2}. \quad (2.10)$$

Als Standardunsicherheit $u(y)$ einer Typ A Bestimmung kann für große Stichproben nun die experimentelle Standardabweichung des Mittelwerts $s(\bar{q})$ verwendet werden:

$$u(y) = s(\bar{q}) = \frac{s(q_k)}{\sqrt{n}}. \quad (2.11)$$

Für Messungen, bei denen die Unsicherheit nicht über Wiederholungsmessungen bestimmt werden kann, kann die Typ B Messunsicherheit verwendet werden. Hierzu können unter anderem Herstellerangaben oder Kalibrierscheine, Angaben aus Handbüchern oder Erfahrung mit identischen Systemen oder aus vorigen Untersuchungen herangezogen werden. Dabei kann es vorkommen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung der angegebenen Werte nicht einer meist angenommenen Normalverteilung entspricht. In diesem Fall muss die entsprechende Verteilung berücksichtigt werden.

2.3.3. Messunsicherheiten mit der Monte-Carlo-Methode

Wenn weder umfangreiche Wiederholungsmessungen möglich, noch ausreichende Informationen oder Erfahrungen für eine Typ B Unsicherheit vorhanden sind, beschreibt der Anhang 1 zum GUM ein Vorgehen nach der Monte-Carlo-Methode (MCM) zur Bestimmung der Messunsicherheit [55]. Dazu ist es zunächst notwendig, ein Modell für den Zusammenhang zwischen den Eingangsgrößen X und der Messgröße Y aufzustellen. Dieses Modell kann ein funktionaler Zusammenhang nach Gleichung (2.8) sein, aber auch beispielsweise ein nur numerisch lösbares Problem. Danach ist für jede Eingangsgröße X die zugehörige Verteilungsdichtefunktion (probability density function (PDF)) (z.B. Normalverteilung, Rechteckverteilung etc.) zu bestimmen.

Anschließend werden die Eingangsgrößen mit Zufallszahlen der entsprechenden PDF variiert und die Messgröße Y wird berechnet. Bei einer hinreichend hohen Anzahl von Variationen kann nun die Verteilung von Y analysiert werden. So wird der Mittelwert von Y als Schätzwert y und die Standardabweichung von Y als Standardunsicherheit $u(y)$ bestimmt.

2.3.4. Kombinierte Standardunsicherheit

Wird eine Messgröße Y aus mehreren Eingangsgrößen X nach Gleichung (2.8) bestimmt, wird die Unsicherheit der Messung von Y kombinierte Standardunsicherheit $u_c(y)$ bezeichnet. Unter der Voraussetzung, dass die Eingangsgrößen X unabhängig oder unkorreliert sind, kann $u_c(y)$ wie folgt berechnet werden:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}. \quad (2.12)$$

Der Term $\partial f / \partial x_i$ beschreibt die Empfindlichkeit der Messgröße gegenüber kleinen Änderungen der Eingangsgröße und wird als Sensitivitätskoeffizient c_i bezeichnet:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

Somit kann Gleichung (2.12) vereinfacht werden:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (c_i u(x_i))^2} \quad (2.14)$$

Ist die Voraussetzung unkorrelierter Eingangsgrößen nicht zutreffend, müssen zur Berechnung von $u_c(y)$ zusätzliche Korrelationsterme berücksichtigt werden. In den in dieser Arbeit betrachteten Fällen ist dies jedoch nicht der Fall, weshalb hierzu auf das entsprechende Kapitel 5.2 im GUM verwiesen wird [53].

2.4. Mathematische Grundlagen

2.4.1. Satz der impliziten Funktionen

Eine implizite Funktion ist eine mathematische Funktion der Form

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}. \quad (2.15)$$

Mit einer solchen Form können Funktionen erzeugt werden, welche einem x -Wert mehrere y -Werte zuordnen, was bei einer expliziten Funktion

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (2.16)$$

nicht möglich ist. Daraus ergeben sich bei der Analyse impliziter Funktionen verschiedene Schwierigkeiten. So kann beispielsweise die Ableitung einer solchen Funktion nicht direkt berechnet werden.

Der Satz der impliziten Funktion (SiF) beschreibt Voraussetzungen, unter denen eine implizite Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ in einer Umgebung lokal eindeutig definiert ist, also eine zugeordnete explizite Funktion $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ in dieser Umgebung existiert. Sind diese Voraussetzungen erfüllt, gibt der SiF weiterhin eine Vorschrift zur Berechnung der Ableitung $d\mathbf{g}/d\mathbf{x}$ ohne Kenntnis der expliziten Funktion $\mathbf{g}(\mathbf{x})$. [56, 57]

Die Voraussetzungen, die im Satz der impliziten Funktionen verlangt werden, lauten:

- die Funktion \mathbf{f} ist in der betrachteten Umgebung stetig und differenzierbar
- $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}$
- die partielle Ableitung $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{y}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ ist invertierbar.

Sind die Voraussetzungen erfüllt, kann die Ableitung der zugeordneten expliziten Funktion berechnet werden:

$$\frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = - \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}}(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x})) \right)^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x})) \quad (2.17)$$

2.4.2. Koordinatentransformation

Eine Koordinatentransformation κ transformiert die Koordinaten eines Punktes P im Koordinatensystem \mathbf{K} in ein Koordinatensystem \mathbf{K}' . Die

Koordinatensysteme \mathbf{K} und \mathbf{K}' können dabei grundsätzlich unterschiedlicher Art sein und beispielsweise in Form eines kartesischen und eines Polarkoordinatensystems vorliegen. Die in dieser Arbeit untersuchten Sensoren und Referenzsysteme sind über dreidimensionale kartesische Koordinatensysteme definiert, somit wird nachfolgend von Transformationen zwischen kartesischen Koordinatensystemen ausgegangen. [58, 59]

Für kartesische Koordinatensysteme können drei verschiedene Transformationen durchgeführt werden: Rotation, Translation und Skalierung. Die Rotation eines dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem wird durch die Multiplikation mit einer 3×3 Rotationsmatrix \mathbf{R} beschrieben:

$$\mathbf{K}' = \mathbf{R}\mathbf{K}. \quad (2.18)$$

Dabei kann die Rotationsmatrix \mathbf{R} aus mehreren, seriell ausgeführten Rotationen um unterschiedliche Rotationsachsen zusammengesetzt werden. Es bietet sich an, hierzu Rotationen um die definierten Achsen des Koordinatensystems zu verwenden. Typische Reihenfolgen für diese Rotationen sind xyz , zyx oder zzz . Die Rotationsmatrix für eine zyx -Rotation berechnet sich nach

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho_x & -\sin \rho_x \\ 0 & \sin \rho_x & \cos \rho_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \rho_y & 0 & \sin \rho_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \rho_y & 0 & \cos \rho_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \rho_z & -\sin \rho_z & 0 \\ \sin \rho_z & \cos \rho_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Eine Translation zwischen zwei Koordinatensystemen entspricht einer Verschiebung um einen Vektor \mathbf{T} . Mathematisch wird die Verschiebung durch eine Addition dargestellt:

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K} + \mathbf{T} \quad (2.20)$$

Bei einer Skalierung werden die Elemente einzelner Koordinatenachsen mit einem Faktor \mathbf{s} multipliziert:

$$\mathbf{K}' = \mathbf{s} \cdot \mathbf{K} \quad (2.21)$$

Dabei können die Elemente von \mathbf{s} für die einzelnen Achsen unterschiedlich oder identisch sein. Die beschriebenen Transformationen können beliebig kombiniert werden, wobei jedoch auf die Reihenfolge der einzelnen Transformationen geachtet werden muss.

2.4.3. Starrkörpertransformation

Eine Starrkörpertransformation ist die mathematische Repräsentation der Änderung der Pose (Position und Orientierung) eines unverformten Körpers im Raum. Sie entspricht einer Koordinatentransformation im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem, die lediglich aus Translation \mathbf{T} und Rotation \mathbf{R} besteht. Sind die Parameter \mathbf{T} und \mathbf{R} bekannt, so kann die Transformation des Körpers berechnet werden.

Häufig tritt der Fall auf, dass ein Körper vor und nach einer Transformation beobachtet wird. Dabei sind die Transformationsparameter unbekannt und sollen aus den Beobachtungen ermittelt werden. Es wird angenommen, dass der Körper durch eine Anzahl von n korrespondierenden Punkten P und P' repräsentiert wird. Daraus ergibt sich die Transformationsgleichung:

$$P' = \mathbf{R}P + \mathbf{T} \quad (2.22)$$

Die optimalen Transformationsparameter können durch Minimierung der Fehlergleichung

$$\Sigma^2 = \sum_{i=1}^n |P'_i - \mathbf{R}P_i - \mathbf{T}|^2 \quad (2.23)$$

berechnet werden.

Eine Möglichkeit zur Lösung dieser Minimierung ist die Methode der Singulärwertzerlegung (SWZ) [60]. Mit Hilfe der SWZ kann eine $m \times n$ Matrix \mathbf{H} in ein Produkt aus drei Matrizen \mathbf{U} , $\mathbf{\Lambda}$ und \mathbf{V} zerlegt werden:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad (2.24)$$

Die Matrizen \mathbf{U} und \mathbf{V} sind quadratisch mit $m \times m$ beziehungsweise $n \times n$ Elementen, die Matrix $\mathbf{\Lambda}$ mit $m \times n$ Elementen enthält die Singulärwerte der Matrix \mathbf{H} auf der Hauptdiagonalen.

Um die SWZ anzuwenden, werden zunächst die Punktwolken P und P' so verschoben, dass ihre Schwerpunkte

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.25)$$

im Koordinatenursprung liegen. Daraus ergeben sich verschobenen Punktwolken:

$$P_c = P - \bar{P} \quad (2.26)$$

Somit fällt der Translationsterm in Gleichung (2.23) weg und diese kann wie folgt umgeformt werden:

$$\Sigma^2 = \sum_{i=1}^n |P_{ci}' - \mathbf{R}P_{ci}|^2 = \sum_{i=1}^n \left(P_{ci}'^T P_{ci}' + P_{ci}^T P_{ci} - 2P_{ci}'^T \mathbf{R}P_{ci} \right) \quad (2.27)$$

Die Gleichung nimmt ihr Minimum an, wenn der letzte Term maximiert wird. Dieses Maximum wird erreicht für

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}\mathbf{U}^T \quad (2.28)$$

mit

$$\mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}^T = \mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{Z} \left(\sum_{i=1}^n \left(P_{ci}P_{ci}'^T \right) \right). \quad (2.29)$$

Mit der so identifizierten Rotationsmatrix \mathbf{R} wird die benötigte Translation als Differenz aus dem Schwerpunkt der transformierten Punktwolke P' und dem rotierten Schwerpunkt der ursprünglichen Punktwolke P

$$\mathbf{T} = P' - \mathbf{R}P \quad (2.30)$$

berechnet. [61, 62]

2.4.4. Fourier-Transformation

Die Fourier-Transformation ist eine mathematische Beschreibung, mit deren Hilfe periodische oder aperiodische Signale in ihre spektrale Verteilung zerlegt werden können. Prinzipiell ist die Fourier-Transformation für zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Signale anwendbar. Bei der Betrachtung von digitalisierten Signalen, welche im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich vorliegen, spielt die kontinuierliche Analyse jedoch keine Rolle. Daher wird hier nur die diskrete Fouriertransformation (DFT) näher betrachtet. [63, 64]

Bei der DFT wird ein zeitdiskretes, endliches Signal auf ein diskretes, periodisches Frequenzspektrum abgebildet. Dabei haben die Anzahl der Abtastpunkte und die Abtastfrequenz des Ursprungssignals einen Einfluss auf die Auflösung und die Breite des Frequenzspektrums. Nach dem Abtasttheorem nach Shannon [65] können Signale bei periodischer Abtastung nur dann rekonstruiert werden, wenn die Abtastfrequenz mindestens

doppelt so hoch ist wie die Signalfrequenz. In der Regel wird daher ein Tiefpassfilter auf das periodische Frequenzspektrum angewendet, um die Periodizität oberhalb der halben Abtastfrequenz zu unterdrücken. Die Auflösung des Frequenzspektrums ergibt sich aus dem Quotienten aus Abtastrate und Anzahl der Abtastpunkte.

Wird ein Signal beobachtet, existiert immer ein Start- und ein Endzeitpunkt der Beobachtung. Bei der Berechnung der DFT wird das beobachtete Signal periodisch fortgesetzt um eine theoretisch unendliche Beobachtung zu simulieren. Wird der Start- und Endzeitpunkt der Abtastung nicht so gewählt, dass beide an einer identischen Position einer Periode im Signalverlauf liegen, entsteht durch die periodische Fortsetzung ein Sprung im Signal (Abbildung 2.2). Dieser Sprung führt im Frequenzbereich dazu, dass die Amplitude der Hauptfrequenz über mehrere Nebenfrequenzen gespreizt wird. Dieser Effekt wird als Leck-Effekt oder Leakage bezeichnet. Für den Fall, dass das Beobachtungsfenster genau einem ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer entspricht verschwindet dieser Effekt bei diskreten Signalen (Abbildung 2.2). Anderenfalls kann das beobachtete Signal mit einer Fensterfunktion multipliziert werden, welche das Signal zu den Start- und Endzeitpunkten auf Null absenkt.

Um aus dem Signal der DFT die Amplitude des Eingangssignals im Zeitbereich zu bestimmen, muss die Amplitude im Frequenzbereich normalisiert werden. Die Normalisierung erfolgt über den Faktor $2/N$ wobei N die Anzahl der Abtastpunkte darstellt. Diese Normalisierung resultiert jedoch nur dann in einem korrekten Wert, wenn kein Leck-Effekt bei der Abtastung auftritt. Wie im unteren Teil in Abbildung 2.2 zu erkennen ist, entspricht bei vorhandenem Leck-Effekt die Amplitude im Frequenzbereich nicht der maximalen Amplitude. Somit würde für den Zeitbereich eine fehlerhafte Amplitude ermittelt werden.

2.5. Parallelkinematiken

Die Kinematik als Untergebiet der Mechanik beschreibt die geometrische Bewegung von Punkten und Körpern im Raum. Kinematische Elemente sind entsprechend Bauteile, die die Geometrie eines Systems über Änderung von Winkel oder Länge beeinflussen. [59]

Parallelkinematische Systeme sind kinematische Ketten, bei denen die einzelnen kinematischen Elemente nicht seriell, wie z.B. bei klassischen

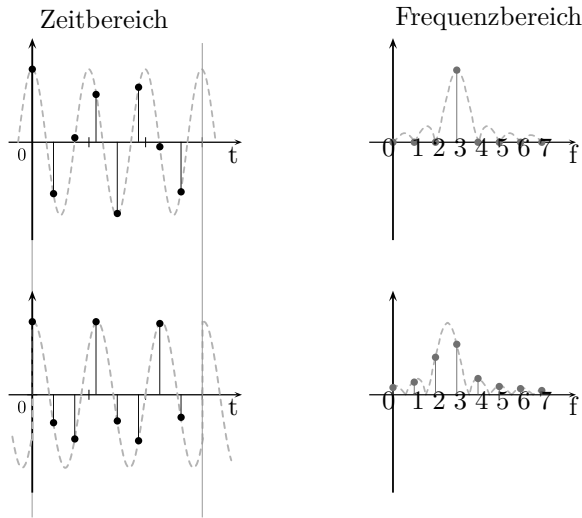


Abbildung 2.2.: Leck-Effekt bei DFT

Industrierobotern, sondern parallel angeordnet sind. Gegenüber seriellen kinematischen Ketten besitzen Parallelkinematiken unterschiedliche Vor- und Nachteile. Zu den Vorteilen zählen unter anderem höhere Steifigkeit, Traglast und Positioniergenauigkeit. Einschränkungen ergeben sich aus dem geringeren Arbeitsraum, aufwändigerer Montage und komplexerer Steuerung.

Bei der Steuerung und Analyse kinematischer Systeme als Aktor oder Sensor treten allgemein zwei Fragestellungen auf. Bei der ersten Fragestellung sollen die Parameter der einzelnen kinematischen Elemente aus der Pose (Lage und Orientierung) des Endeffektors, also des Elementes das sich am Ende der kinematischen Kette befindet, berechnet werden. Dies wird als inverses kinematisches Problem oder Rückwärtskinematik bezeichnet. Im Gegensatz dazu wird bei der Vorwärtskinematik oder dem direkten kinematischen Problem die Pose des Endeffektors aus den Parametern der kinematischen Elemente ermittelt. [66–68]

2.5.1. Inverses kinematisches Problem

Das inverse kinematische Problem ist für parallelkinematische Systeme einfach und analytisch geschlossen lösbar. Mathematisch entspricht es einer Funktion, welche aus den Eingangsparametern des Endeffektors \mathbf{X} die Ausgangsparameter der kinematischen Elemente \mathbf{Q} berechnet:

$$\mathbf{Q} = f_{ik}(\mathbf{X}) \quad (2.31)$$

Voraussetzung ist die Kenntnis der Pose des Endeffektors, der räumlichen Position der endeffektornahen Anschlusspunkte der kinematischen Elemente im Bezug auf den Endeffektor und der endeffektorfernen Anschlusspunkte im globalen Koordinatensystem. Unter diesen Voraussetzungen können die Positionen der endeffektornahen Anschlusspunkte über eine Koordinatentransformation, welche sich aus der Pose des Endeffektors ergibt, in das globale Koordinatensystem transformiert werden. Die Verbindung zwischen den Anschlusspunkten ergibt sich dann aus dem Verbindungsvektor zwischen endeffektornahen und -fernen Punkten. Die Länge des kinematischen Elements kann entsprechend aus dem Betrag des Vektors berechnet werden. Winkel können aus dem Verbindungsvektor und einem Bezugsvektor, z.B. zum Koordinatenursprung, ermittelt werden. [68]

2.5.2. Direktes kinematisches Problem

Das direkte kinematische Problem beschreibt eine Funktion, die die Pose des Endeffektors \mathbf{X} aus den Parametern der kinematischen Elemente \mathbf{Q} bestimmt:

$$\mathbf{X} = f_{dk}(\mathbf{Q}) \quad (2.32)$$

Für statisch bestimmte Parallelkinematiken mit mehr als drei Freiheitsgraden ergeben sich aus einem Satz von Parametern mehrere Lösungen des direkten kinematischen Problems. Bei sechs Freiheitsgraden können je nach Geometrie zwischen 16 und 40 verschiedene Montagekonfigurationen möglich sein [67]. Somit ist die direkte Kinematik nicht ohne z.B. Zusatzinformationen durch zusätzliche Sensoren oder Aktoren oder Linearisierung geschlossen lösbar.

Ist für einen Startpunkt die Geometrie des parallelkinematischen Aufbaus bekannt, kann das direkte kinematische Problem iterativ aus dem

inversen kinematischen Problem bestimmt werden. Hierzu wird die Abweichung zwischen dem Parametervektor \mathbf{Q} und dem Ergebnis des inversen kinematischen Problems minimiert:

$$\min(\mathbf{Q} - f_{ik}(\mathbf{X})) \quad (2.33)$$

Um das Risiko einer Konvergenz der Optimierung gegen eine fehlerhafte Lösung zu vermeiden, darf die Verformung zwischen zwei Berechnungen des direkten kinematischen Problems nicht zu groß werden. [19, 35, 67, 69, 70].

2.6. Nahbereichsphotogrammetrie

Photogrammetrie bezeichnet eine Gruppe geometrisch-optischer Messverfahren, bei denen messtechnisch relevante 3D-Größen eines Gegenstandes aus mehreren Bildern des Gegenstandes extrahiert werden. In Abgrenzung zur ursprünglichen Anwendung in der Geodäsie und Fernerkundung bezieht sich die Nahbereichsphotogrammetrie auf Gegenstände und Aufnahmedistanzen die deutlich kleiner sind als z.B. bei Vermessung aus Luftaufnahmen. Die Grundlagen dahinter sind jedoch grundsätzlich identisch.

Grundlegend für die Anwendung von Bildern zur geometrischen Messung ist ein Modell der verwendeten Kamera als bilderzeugendes Element. Ein sehr einfaches Modell stellt die in Abbildung 2.3 skizzierte Lochkamera dar. Abweichungen zwischen diesem sehr vereinfachten Modell und einer realen Kamera können über kameraspezifische interne Parameter beschrieben werden. Diese beinhalten z.B. Abstand des Projektionszentrums von der Sensorebene, Bildfehler beschreibende Parameter oder Position des Hauptpunktes in der Sensorebene. Zusätzlich ist es notwendig, die Position und Orientierung der Kamera in einem globalen Koordinatensystem (äußere Parameter) zu kennen, um Informationen über den abgebildeten Gegenstand geben zu können.

Ein Bild in der klassischen Form, sei es analog oder digital, kann nur Informationen über die (spektrale) Intensitätsverteilung des aufgenommenen Lichtes in zwei Dimensionen wiedergeben. Bei der Abbildung dreidimensionaler Gegenstände in einem zweidimensionalen Bild gehen somit Informationen über die dritte Raumdimension verloren. Wird der Gegenstand aus zwei oder mehr Perspektiven aufgenommen, können jedoch

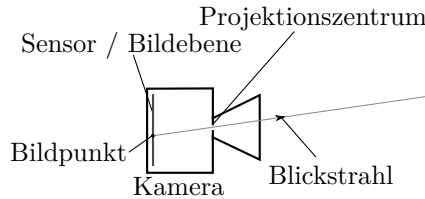


Abbildung 2.3.: Lochkameramodell

auch dreidimensionale Informationen erzeugt werden. Dabei kann zwischen punktförmig und flächenhaft messenden Systemen unterschieden werden. [71]

2.6.1. Punktförmig messende Systeme

Bei punktförmig messenden Systemen werden einzelne Punkte auf dem zu messenden Gegenstand ausgewertet. Dies können bereits auf dem Gegenstand vorhandene, gut identifizierbare Punkte oder speziell für die Messung angebrachte Punkte sein. Für die automatisierte Auswertung digitaler Bilder mit digitaler Bildverarbeitung sind einheitliche, speziell angebrachte Punkte zu empfehlen. Für einen guten Kontrast bieten sich hier z.B. weiße Kreise auf schwarzem Hintergrund an. Kreismarken, bzw. Ellipsen lassen sich mittels Bildverarbeitung einfach automatisiert identifizieren und ihr Mittelpunkt kann präzise bestimmt werden. Zur eindeutigen Identifizierung können Kreismarken zusätzlich kodiert werden, beispielsweise über einen ringförmig um den Kreis angeordneten Binärcode.

Ein einfaches Verfahren zur punktförmigen Messung basiert auf der Verwendung einer Messkamera, markierter und unmarkierter Messpunkte sowie kalibrierter Längenmaßstäbe. Der zu messende Gegenstand wird an relevanten Positionen mit unmarkierten Messpunkten versehen. Markierte Messpunkte sind an ortsfesten Elementen oder Positionen im Messvolumen zu platzieren. Diese dienen der Identifizierung der äußeren Parameter der Messkamera. Die Längenmaßstäbe werden benötigt, um einen Zusammenhang zwischen dem Maßstab der Kamerabilder und der SI-Einheit *Meter* herzustellen und sind ebenfalls im Messvolumen zu platzieren.

Um die internen Kameraparameter zu bestimmen, wird das Messobjekt mit vier um je 90° gedrehten Kameraorientierungen sowie aus zusätzlichen Perspektiven fotografiert. Die Bestimmung der internen Parameter erfolgt dann nach der Methode des Bündelblockausgleichs (Kapitel 2.6.3). Anschließend wird das Messobjekt von unterschiedlichen Positionen aus fotografiert, wobei darauf geachtet werden muss, dass jeweils mindestens drei markierte Messpunkte in einem Bild zu sehen sind. Andernfalls kann die Kameraorientierung nicht berechnet werden. Jeder nicht markierte Messpunkt muss aus mindestens drei Positionen abgebildet sein, um seine Position im Raum zu bestimmen. Je mehr Bilder eines Punktes vorhanden sind, desto besser kann die Position bestimmt werden. [71]

2.6.2. Flächenhaft messende Systeme

Flächenhaft messende Systeme können nicht nur die Position einzelner markierter Punkte bestimmen, sondern auch komplette Oberflächen auswerten. Zwar wird die Oberfläche auch hier nur über einzelne Punkte angenähert, jedoch ist die Punktdichte dabei sehr viel höher als bei punktförmig messenden Systemen. Zur Identifikation einzelner Punkte in den Messbildern ist auch hier eine Markierung der Oberfläche notwendig. Diese kann entweder direkt mit der Oberfläche verbunden sein, z.B. in Form von Aufklebern, Lackierung oder vorhandener Oberflächenstrukturen, oder auf die Oberfläche projiziert werden.

Bei flächenhaft dreidimensional messenden Systemen wird in der Regel ein Stereokameraverbund eingesetzt. Dabei handelt es sich um ein System aus zwei Kameras, welche in einer festen Orientierung zueinander montiert sind. Aus dem Abstand zwischen den Kameras, dem Winkel zwischen den Kameras und ihrer Verbindungsgerade, dem Öffnungswinkel der Kameraobjektive sowie der Fokusposition ergibt sich ein festes Messvolumen, in dem das System arbeiten kann. Die inneren und äußeren Parameter des Kameraverbundes können über eine Kalibrierung ermittelt werden (Kapitel 2.6.3).

Die Auswertung eines Stereobildpaares hängt von der Markierung der Oberfläche ab. Typische Methoden sind die Markierung mit stochastischen und mit periodischen Mustern. Bei stochastischen Mustern kann die Identifizierung korrespondierender Punkte in den verschiedenen Kamerabildern über die Methode der digitalen Bildkorrelation (digital image correlation (DIC)) erfolgen. Hierbei wird für einen Ausschnitt (Facette)

eines Startbildes ein Korrelationswert zu einem Ausschnitt des Zielbildes berechnet. Dieser Ausschnitt wird im Zielbild so verschoben, dass der Korrelationswert sein Maximum annimmt. Diese beiden Punkte werden als korrespondierend identifiziert. Durch eine Verschiebung des Ausschnittes im Startbild und erneute Berechnung des korrespondierenden Punktes im Zielbild kann somit eine von Auflösung des Bildes und Größe der Ausschnitte abhängige Anzahl korrespondierender Punkte erzeugt werden. [72]

Um bei der Markierung mit periodischen Mustern einzelne Punkte im Bild eindeutig identifizieren zu können, werden in der Regel mehrere aufeinanderfolgende Aufnahmen zusammen ausgewertet. Dabei wird bei jeder Aufnahme die Breite oder die Position des Musters verändert. Somit ergibt sich für jeden Bildpunkt eine eindeutige Abfolge von Intensitäten in der Bildfolge, wodurch korrespondierende Objektpunkte identifiziert werden können. [73]

Bei der Auswertung von Mustern, welche sich über mehrere Pixel erstrecken, lassen sich Parameter, die das Muster beschreiben, durch Interpolation mit Subpixelauflösung bestimmen. So kann z.B. die Verschiebung einer Facette bei der DIC bei guten Aufnahmebedingungen deutlich unter 0,1 Pixel identifiziert werden. Bei Linien oder Kreismarken kann eine Auflösung, je nach Ausdehnung der Muster, von 0,01 Pixel und besser erreicht werden.

Aus den identifizierten Sätzen korrespondierender Punkte in den verschiedenen Kameraansichten können mit den bekannten inneren und äußeren Parametern des Stereosystems je zwei Blickstrahlen berechnet werden. Da diese Strahlen sich im Raum nicht zwangsweise schneiden, wird der zugehörige Objektpunkt als Mittelpunkt der kürzesten Verbindung zwischen den Strahlen identifiziert (Abbildung 2.4).

2.6.3. Bündelblockausgleich

Der Bündelblockausgleich ist ein Verfahren, bei dem aus mehreren Bildern eines Messobjektes simultan die inneren und äußeren Parameter des Messsystems und die Messpunkte des Messobjektes in einem globalen Koordinatensystem ermittelt werden können. Dazu ist es nötig, das Messobjekt in mehreren Ansichten und Orientierungen abzubilden.

In den einzelnen Bildern müssen korrespondierende Objektpunkte identifizierbar sein. Zur Identifizierung der Modellparameter wird angenom-

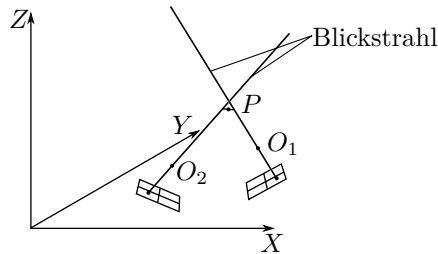


Abbildung 2.4.: Identifizierter Objektpunkt aus zwei Blickstrahlen

men, dass sich die zu den Objektpunkten zugehörigen Bildstrahlen bestmöglich im Raum schneiden sollen. Unter dieser Annahme kann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, welches sämtliche Unbekannte, also die inneren und äußeren Parameter des Kamerasystems sowie die Positionen der Objektpunkte im Raum, enthält. Bei einer ausreichenden Anzahl von Bildern ist dieses Gleichungssystem überbestimmt und kann numerisch gelöst werden. Aus der Lösung des Gleichungssystems kann zusätzlich eine statistische Information über die Qualität der Messung gewonnen werden.

Um einen Zusammenhang zwischen den identifizierten Parametern und der SI-Einheit *Meter* herstellen zu können, muss im Gegenstandsraum eine bekannte Länge zwischen zwei Objektpunkten vorhanden sein. Aus dieser Länge kann dann ein entsprechender Skalierungsfaktor abgeleitet werden, sodass die Messwerte des photogrammetrischen Messsystems an das SI-Einheitensystem angeschlossen sind. [71, 73]

3. Statische Referenzmesseinrichtung - Hexapod

An der PTB wurde in den Jahren 2001 bis 2003 eine Referenzmesseinrichtung zur Kalibrierung von MKS entwickelt und aufgebaut [41, 42, 74]. Ein CAD-Modell der Einrichtung ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Anlage hat eine Gesamthöhe von 4 m. Ihre wesentlichen Bestandteile sind zwei hexapod-förmige Aufbauten, ein angetriebener Teil zur Erzeugung eines beliebigen Lastvektors und ein messender Teil zur Bestimmung der Referenzvektoren.

Die angetriebene Einheit ist in der Höhe verstellbar, um Sensoren verschiedener Bauformen und Größen montieren zu können. Die Höhenverstellung wird über eine verschiebbare Traverse realisiert, welche über Seile und Umlenkrollen mit einem Motor verbunden und über hydraulisch klemmbare Gestänge gegen den Maschinenrahmen abgestützt ist. An den Säulen des Maschinenrahmens befinden sich Linearführungen, welche die Traverse beim Verfahren führen.

Die Antriebseinheit selbst besteht aus sechs Beinen, welche über Servomotoren mit angeschlossenen Getrieben in der Länge geregelt verstellt werden können. Die Beine sind über Festkörpergelenke [74] mit der verstellbaren Traverse und der angetriebenen Plattform verbunden. Über diese parallelkinematische Struktur kann die angetriebene Plattform in sechs Freiheitsgraden bewegt werden. Die einzelnen Antriebe haben einen Stellweg von 6 mm, wodurch der Arbeitsbereich lateral auf ± 3 mm und rotatorisch auf $\pm 0,7^\circ$ bei Rotation um X und Y bzw. $\pm 1^\circ$ bei Rotation um Z begrenzt ist.

Die Messeinheit ist geometrisch identisch zur Antriebseinheit aufgebaut. An Stelle der Antriebe sind in den Beinen uniaxiale Kraftsensoren eingebaut. Die Beine sind auch hier über Festkörpergelenke, welche sich jedoch

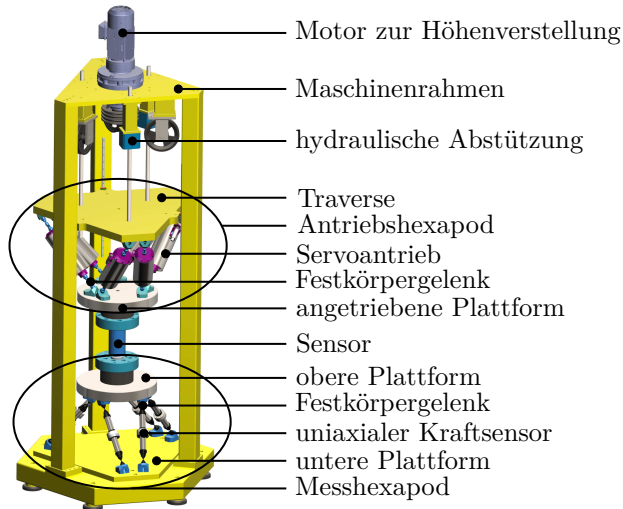


Abbildung 3.1.: CAD-Modell der Hexapod-Referenzmesseinrichtung [75]

in der Ausführung von denen in der Antriebseinheit unterscheiden, mit der oberen Plattform (Index o , Sensorseite) und der unteren Plattform (Index u , Maschinenrahmen) verbunden [74]. Basierend auf der Geometrie der Messeinheit und den Kraftwerten der Sensoren in den einzelnen Beinen können die Referenzkraft- und -momentvektoren berechnet werden.

Die Anlage ist für Lastvektoren von $\pm 10 \text{ kN}$ für Kräfte und $\pm 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$ für Momente, unabhängig von der Richtung des entsprechenden Vektors, ausgelegt.

Durch die Größe der Anlage war es an der PTB bisher nicht möglich, die Geometrie und das Verhalten unter Last im montierten Zustand zu messen. Somit erfolgten bisherige Berechnungen stets auf den Geometrieparametern aus dem ursprünglichen Designmodell sowie aus Messdaten der Einzelteile im demontierten Zustand.

Um das Potential der Einrichtung besser ausschöpfen zu können, war eine umfangreiche Analyse erforderlich. Hierzu wurde zunächst das physikalische Modell zur Bestimmung der Referenzvektoren Kraft und Moment

überarbeitet und auf die Parameter einer geometrischen Messung angepasst. Die für die daraus folgende Berechnung der Referenzgrößen nötigen geometrischen Parameter wurden mit einer angepassten optischen Messtechnik bestimmt. Aus den daraus erhaltenen Informationen wurde eine Messunsicherheitsbilanz der Anlage aufgestellt. Anschließend wurden mechanische Eigenschaften wie Aufwärmverhalten und Verformung unter Last untersucht.

Zur Vorbereitung auf die Kalibrierung eines MKS wurde die Anlage um ein optisches Messsystem erweitert, welches die Steifigkeit des zu kalibrierenden Sensors bestimmen kann. Des Weiteren wurde die Bestimmung der notwendigen Koordinatentransformation zur Ausrichtung zwischen Referenz- und Sensorkoordinatensystem betrachtet. Ein Verfahren zur Kalibrierung eines MKS wurde entwickelt und beschrieben. Im Laufe der Analyse konnten verschiedene Schwächen der Anlage identifiziert werden. Daraus ergaben sich diverse Verbesserungsmöglichkeiten, welche zum Abschluss des Kapitels aufgelistet und diskutiert werden.

3.1. Physikalisches Modell der Hexapod-Anlage

Die Berechnung der Referenzvektoren für die Kalibrierung von MKS basiert auf einem physikalischen Modell der Messseite. Dieses Modell beschreibt den Zusammenhang zwischen der Geometrie der Anlage, den Kraftmessungen aus den einzelnen Beinen und den resultierenden Lastvektoren. Für die Entwicklung der Anlage in [41] wurde ein Modell verwendet, welches auf den Parametern Radius des unteren Gelenkkreises (r_u), Radius des oberen Gelenkkreises (r_o), tangentialer Abstand zwischen zwei Gelenken ($2f$ für untere, $2g$ für obere Gelenke) und axialer Abstand zwischen den Plattformen (h) basiert (Abbildung 3.2).

Dieses Modell ist für die Entwicklung und die grundsätzliche Betrachtung des Systems geeignet, allerdings lassen sich Fertigungs- und Montageabweichungen darin unzureichend berücksichtigen. Um solche Einflüsse reduzieren zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit das Modell des Messhexapods überarbeitet [75]. Über eine neue Beschreibung der Referenzvektoren für Kraft und Moment sollen die durch Fertigungs- und Montageungenauigkeiten hervorgerufenen systematischen Abweichungen so weit wie möglich reduziert werden. Speziell für die Geometrieparam-

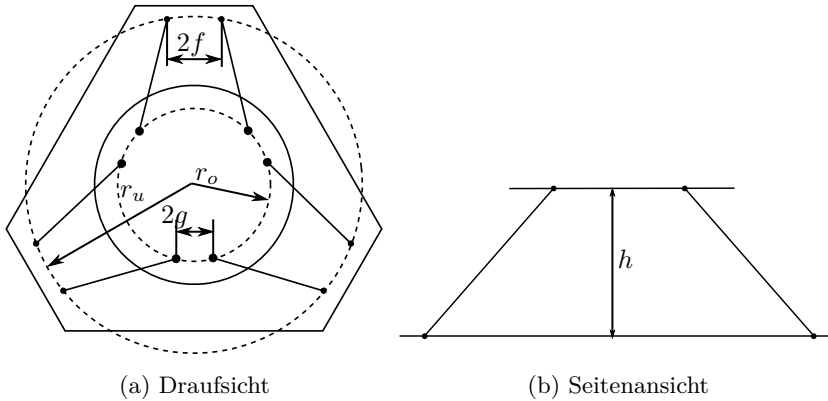


Abbildung 3.2.: Designmodell der Messeinheit

ter ist es hierzu notwendig, einzelne Punkte, wie zum Beispiel die unterschiedlichen Gelenkpunkte, separat zu betrachten.

Das neue Modell basiert auf einem rechtwinkligen, rechtsdrehenden Koordinatensystem. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt mittig in einer Ebene, die durch die drei Gelenke 3, 5 und 6 der unteren Plattform aufgespannt wird. Eine grafische Darstellung ist in Abbildung 3.3 skizziert. Alle nachfolgend verwendeten geometrischen Größen beziehen sich auf dieses Modell. Die Ausgangspunkte für das Modell sind die Koordinaten \mathbf{k} der oberen (Index o) und unteren (Index u) Gelenke der sechs Beine (Index i). Die Kraftsignale F_i der in den einzelnen Beinen eingebauten Sensoren zeigen entlang des Vektors \mathbf{k}_{uoi} zwischen den Koordinaten \mathbf{k}_{oi} und \mathbf{k}_{ui} . Zugkräfte werden hierbei als positiv, Druckkräfte als negativ definiert. Da die zu kalibrierenden Sensoren an der oberen Plattform des Aufbaus montiert werden, beziehen sich die Referenzvektoren auf die Orientierung dieser Plattform.

Die auf den Aufbau wirkenden Lastvektoren \mathbf{F} und \mathbf{M} werden im globalen, kartesischen Koordinatensystem durch je drei Vektorkomponenten $\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]^T$ und $\mathbf{M} = [M_x, M_y, M_z]^T$ beschrieben. Zur Berechnung der einzelnen Lastkomponenten müssen die Kraftkomponenten F_i der einzelnen Beine vektoriell zerlegt werden. Für die F_{zi} -Komponente wird das Kraftsignal F_i sowie der Inklinationswinkel α_i , der den Winkel zwischen

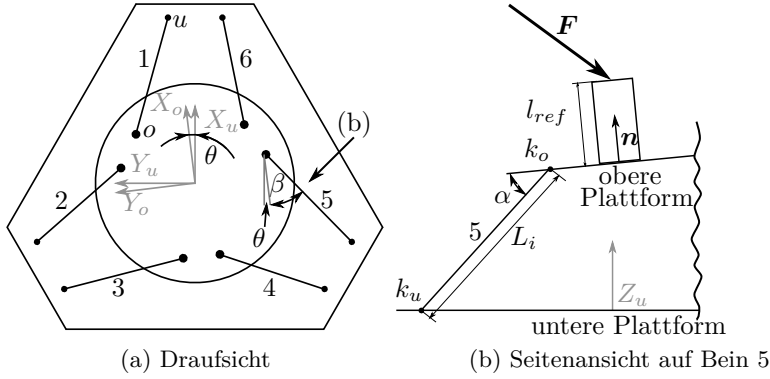


Abbildung 3.3.: Definition der Geometrie des Messhexapod [75]

Bein i und der oberen Plattform beschreibt, benötigt:

$$F_{zi} = \sin(\alpha_i) \cdot F_i \quad (3.1)$$

Für die F_{xi} - und F_{yi} -Komponenten wird zusätzlich der Winkel β zwischen der Projektion der Beine in die X - Y -Ebene und der X -Achse des Koordinatensystems benötigt:

$$F_{xi} = \cos(\beta_i) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot F_i \quad (3.2)$$

$$F_{yi} = \sin(\beta_i) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot F_i \quad (3.3)$$

Die Winkel α_i und β_i werden über die Koordinaten der einzelnen Gelenkpunkte anhand der Gleichungen (3.4) und (3.5) berechnet:

$$\alpha_i = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{\mathbf{k}_{uoi} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{k}_{uoi}| \cdot |\mathbf{n}|} \right) \quad (3.4)$$

$$\beta_i = \arctan \left(\frac{Y_{oi} - Y_{ui}}{X_{oi} - X_{ui}} \right) - \theta \quad (3.5)$$

Hierin ist \mathbf{n} der Normalenvektor der oberen Plattform, \mathbf{k}_{uoi} der Richtungsvektor des Beines i und θ der Rotationswinkel der oberen Plattform um die Z -Achse.

Mit den Gleichungen (3.1) bis (3.3) werden die Komponenten des Lastvektors \mathbf{F} als Summe der Komponenten der einzelnen Beine berechnet. Die Vorzeichen der einzelnen Summanden sind abhängig von der Richtung der Kraft F_i (Zug/Druck) und dem Vorzeichen von $\sin(\alpha_i)$.

$$F_x = -\cos(\beta_1)\cos(\alpha_1)F_1 + \sum_{i=2}^5 \cos(\beta_i)\cos(\alpha_i)F_i - \cos(\beta_6)\cos(\alpha_6)F_6 \quad (3.6)$$

$$F_y = -\sin(\beta_1)\cos(\alpha_1)F_1 + \sum_{i=2}^5 \sin(\beta_i)\cos(\alpha_i)F_i - \sin(\beta_6)\cos(\alpha_6)F_6 \quad (3.7)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^6 \sin(\alpha_i)F_i \quad (3.8)$$

Bei der Berechnung des Momentenvektors \mathbf{M} werden zusätzlich die Hebelarme der wirkenden Kräfte benötigt. Als Kraftangriffspunkte der Beine werden die Koordinaten der oberen Gelenke \mathbf{k}_{oi} definiert.

$$M_x = \sum_{i=1}^6 Y_{oi} \sin(\alpha_i)F_i \quad (3.9)$$

$$M_y = \sum_{i=1}^6 -X_{oi} \sin(\alpha_i)F_i \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} M_z = & [Y_{o1} \cos(\beta_1) - X_{o1} \sin(\beta_1)] \cos(\alpha_1)F_1 \\ & + \sum_{i=2}^5 [-Y_{oi} \cos(\beta_i) + X_{oi} \sin(\beta_i)] \cos(\alpha_i)F_i \\ & + [Y_{o6} \cos(\beta_6) - X_{o6} \sin(\beta_6)] \cos(\alpha_6)F_6 \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.2. Geometriebestimmung des Hexapod

Wie aus den Gleichungen (3.4) bis (3.11) zu erkennen ist, sind die Koordinaten der einzelnen Gelenkpunkte der Messeinheit relevant für die Bestimmung der Referenzvektoren. Auf Grund der Größe der Anlage war es bisher nicht möglich, diese Koordinaten im montierten Zustand der Anlage, zum Beispiel in einer Koordinatenmesseinrichtung, präzise zu bestimmen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde diese Geometriebestimmung durch eine Kombination zweier optischer Messverfahren nach dem Prinzip der Nahbereichsphotogrammetrie durchgeführt [76].

3.2.1. Definition der Gelenkposition

Sämtliche Gelenke der Messeinrichtung sind in Form von Festkörpergelenken ausgeführt [74]. Für die Messeinheit wurde ein rotationssymmetrisches Design mit einem mittigen Bund gewählt. Diese Festkörpergelenke zeichnen sich durch eine hohe Steifigkeit gegenüber Translationen und einer reduzierten Steifigkeit bei Rotationen senkrecht zur Symmetrieachse aus. Abbildung 3.4 zeigt ein FEM-Modell des eingesetzten Festkörpergelenks.

Das Gelenk kann aus zwei an den Spitzen verbundene Kegeln zusammengesetzt werden. An der Verbindung dieser beiden Geometrien ist ein umlaufender Radius zu erkennen. Diese Konstruktion zeichnet sich dadurch aus, dass sie keine festen Rotationsachsen sondern ein Rotationszentrum enthält. Durch dieses Zentrum kann eine beliebige Biegung um eine in der radialen Ebene liegende Achse erfolgen. Für die Position des Rotationszentrums kann der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke der Kegelspitzen angenommen werden. Diese Annahme ist in Abbildung 3.5 schematisch dargestellt.

Die Ausführung der Gelenke als Festkörpergelenke hat den Nachteil, dass die Rotationsachsen bzw. das Rotationszentrum nicht durch ein einzelnes Bauelement fest definiert und somit von einem geometrischen Messsystem nicht direkt antastbar sind. Des Weiteren sind die Rotationsachsen nicht ortsfest sondern verändern ihre Lage in Abhängigkeit vom eingestellten Biegewinkel [77].

Um den gewünschten Messbereich von 1 kN bis 10 kN abdecken zu können, ist eine hohe Steifigkeit des Messaufbaus nötig. Dies wird erreicht, indem die Gelenke an Winkeladaptern montiert werden, welche die Last axial in die Gelenke einkoppeln. Daraus resultiert eine geringe Biegung

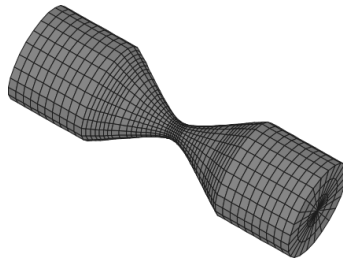


Abbildung 3.4.: FEM-Modell eines rotationssymmetrischen Festkörpergelenks [74]

der Festkörpergelenke im gesamten Lastbereich. Durch diese geringe Verformung werden in diesem Aufbau die Rotationszentren als ortsfest angenommen.

3.2.2. Optisches Messsystem zur Bestimmung der Gelenkpositionen

Wie bereits in der Beschreibung der Referenzmesseinrichtung zu Beginn des Kapitels dargestellt wurde, bestand bisher an der PTB keine Möglichkeit, die Geometrie des Messhexapods im montierten Zustand zu bestimmen. Die vorhandenen, stationären Koordinatenmesssysteme verfügen nicht über einen ausreichend großen Messbereich, des Weiteren ist die Anlage im montierten Zustand nicht ausreichend mobil um sie in eine solche Messeinrichtung transportieren zu können. Ein vorhandener portabler Koordinatenmessarm ist nicht beweglich genug, um alle Gelenke von einem einzelnen Standort aus zu erreichen. Eine Repositionierung des Messarms resultiert in einer erhöhten Unsicherheit der Messpunkte. Zusätzlich ist die Antastung der verbauten Festkörpergelenke für ein punktförmig messendes, taktilen Messsystem durch die geringe Anzahl von Messpunkten mit einer hohen Unsicherheit behaftet.

Als Alternative zur Verwendung taktil messender Koordinatenmesssysteme wird die Bestimmung der Geometrie über optisch messende Systeme nach dem Prinzip der Nahbereichsphotogrammetrie untersucht. Um die beiden Anforderungen, großes Messvolumen und Gelenkpunktbestimmung der Festkörpergelenke, zu erfüllen, werden zwei Systeme kombi-

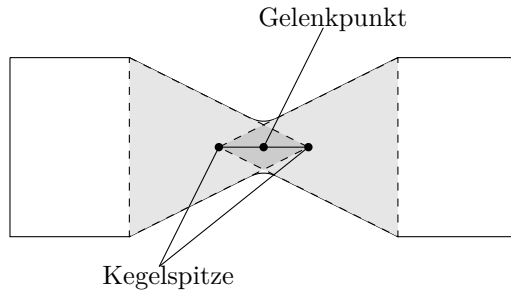


Abbildung 3.5.: Gelenkpunkt des Festkörpergelenks als Mittelpunkt zwischen den Spitzen zweier Kegel

niert: ein punktförmig messendes System mit Referenzmarken (vgl. Kapitel 2.6.1) und ein flächenhaft messendes System (vgl. Kapitel 2.6.2).

Das punktförmig messende System ist in der Lage, die gesamte Anlage durch eine ausreichende Anzahl von Fotos aus unterschiedlichen Blickrichtungen abzubilden. Hierzu wird die Maschine mit kreisförmigen Marken als Messpunkte ausgestattet. Die Ausrichtung der Messung erfolgt zunächst anhand eines globalen Hilfskoordinatensystems. Zur Orientierung der einzelnen Bilder in diesem globalen Koordinatensystem werden zusätzlich kodierte Kreismarken im Messvolumen angebracht. Über kalibrierte Längenmaßstäbe wird eine Längenreferenz mit Anschluss an das SI-System zur Verfügung gestellt (Abbildung 3.6). Als Ergebnis dieser Messung entsteht eine 3D-Punktwolke bei der jede nicht kodierte Kreismarke einen 3D-Messpunkt darstellt (Abbildung 3.7).

In einer zweiten Stufe der Geometriemessung werden die einzelnen Festkörpergelenke mit einem flächenhaft messenden System nach dem Prinzip der Streifenprojektion digitalisiert. Der Messbereich dieses Systems reicht aus, um je ein Gelenk abzubilden. Über die bekannten Messpunkte aus der punktförmigen Messung kann das Streifenprojektionssystem seine eigene Orientierung im Raum eindeutig bestimmen, sofern mindestens drei 3D-Punkte im Messbereich liegen und eindeutig identifiziert werden können.

Die Oberfläche der Festkörpergelenke hat eine dunkelbraune Farbe. Für die Oberflächenmessung mittels Streifenprojektion ist ein hoher Kontrast zwischen hellen und dunklen Bereichen der Projektion notwendig. Der Kontrast auf der Oberfläche der Gelenke ist hierzu nicht ausreichend. Um

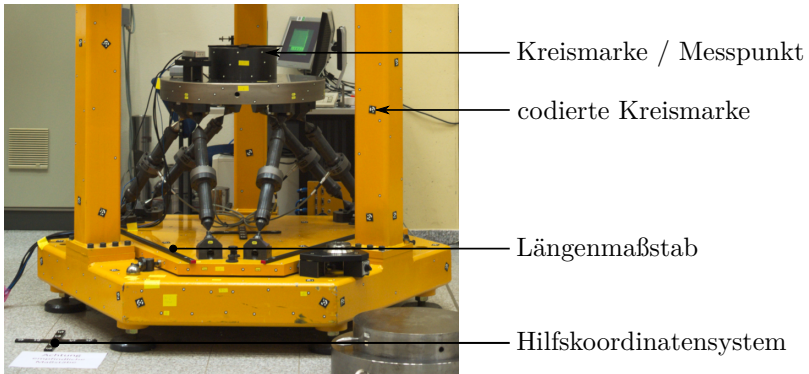


Abbildung 3.6.: Referenzmesseinrichtung mit Marken für punktförmige Koordinatenmessung

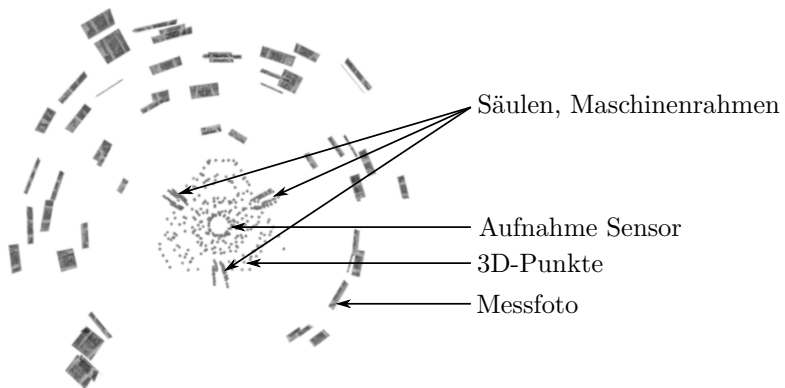


Abbildung 3.7.: Messfotos mit daraus resultierender 3D-Punktewolke

den Kontrast der projizierten Streifen zu erhöhen, werden die Gelenke mit Titan(IV)-oxid (TiO_2) beschichtet (Abbildung 3.8a). Der Einfluss der Schichtdicke des Titandioxid wird in Abschnitt 3.2.3 betrachtet.

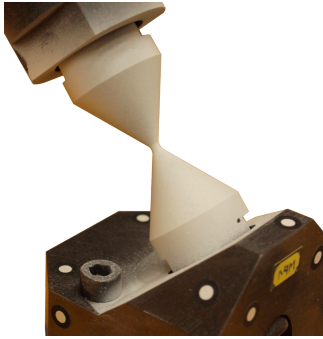
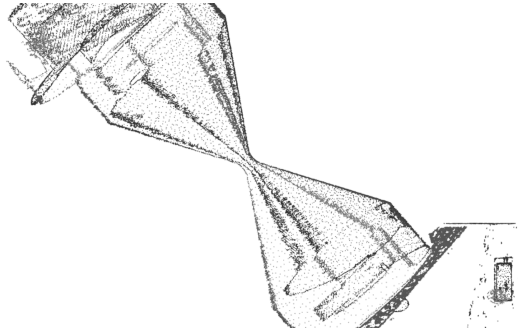
Jedes Gelenk wird aus mehreren Richtungen digitalisiert, um dessen Oberfläche möglichst vollständig abbilden zu können. Abbildung 3.8b zeigt die aus einer solchen Messung entstandene 3D-Punktwolke eines Gelenks.

Aus der Kombination der beiden Messsysteme entsteht eine 3D-Punktwolke, in der sowohl die einzelnen Messpunkte des punktförmig messenden Systems als auch die Oberflächenpunkte der einzelnen Gelenke in einem globalen Koordinatensystem enthalten sind. Eine solche Punktwolke ist in Abbildung 3.9 dargestellt.

3.2.3. Bestimmung der Gelenkpositionen

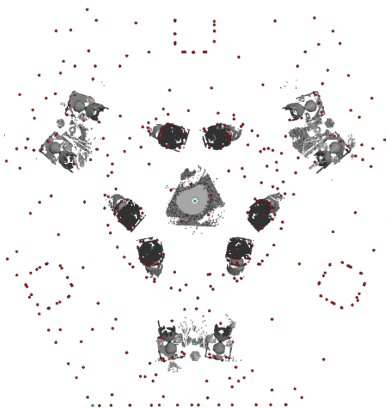
Für die Bestimmung der Gelenkpositionen der einzelnen Gelenke wird die Definition der Gelenkposition aus Abschnitt 3.2.1 verwendet. Die Oberfläche der kegelförmigen Bereiche der Festkörpergelenke ist in der digitalisierten 3D-Punktwolke wiederzufinden. In die kegelförmigen Bereiche der Gelenke werden entsprechende Kegelelemente gefittet. Dabei dürfen weder die Übergänge zu den zylinderförmigen Anschlussbereichen der Gelenke noch die Radien an den Kontaktbereichen der beiden Kegel in den Fit integriert werden. Zur Einpassung der Geometrieelemente in die Oberflächenpunkte wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate (least-squares method (LSM)) gewählt [78]. Pro Kegelelement stehen zwischen 4400 und 5800 Oberflächenpunkte zur Verfügung. Nach der Richtlinie VDI/VDE 2634 [79] werden $3\sigma = 99,7\%$ der Messpunkte als gültig akzeptiert, die restlichen $0,3\%$ werden als Ausreißer nicht berücksichtigt [80].

Durch die Beschichtung der metallischen Oberfläche der Gelenke mit TiO_2 ist zu erwarten, dass die gemessene Oberfläche um die Schichtdicke der TiO_2 -Schicht von der tatsächlichen Oberfläche abweicht. Die Oberfläche der Kegelsbereiche wird über den gesamten Umfang der Kegel in den Fit mit einbezogen. Unter der Annahme einer homogenen Schichtdicke der TiO_2 -Schicht ergibt sich eine homogene systematische Abweichung der gemessenen Oberfläche. Diese Abweichung resultiert in einer axialen Verschiebung des gefitteten Kegels und betrifft beide Kegel des Gelenks gleichermaßen. Da die Kegel entgegengesetzt ausgerichtet sind, hat die

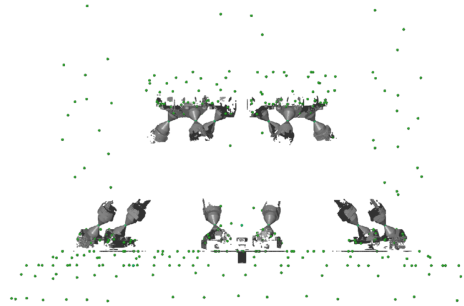
(a) Beschichtung mit TiO_2 

(b) 3D-Punktwolke

Abbildung 3.8.: Festkörpergelenk



(a) Draufsicht



(b) Seitenansicht

Abbildung 3.9.: 3D-Punktwolke des Messhexapod

axiale Verschiebung keinen Einfluss auf den Mittelpunkt der Strecke zwischen den Kegelspitzen.

Die Spitzen der gefitteten Kegel werden anschließend verbunden und der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke wird als Gelenkpunkt ausgewertet. Durch die gleichmäßige axiale Verschiebung beider Kegel ist die Auswertung somit, unter Voraussetzung einer homogenen Schichtdicke, unabhängig von dem systematischen Fehler der Beschichtung. Abbildung 3.10 zeigt die ermittelte Gelenkposition als Mittelpunkt der Verbindung zwischen den Spitzen zweier gefitteter Kegel.

3.2.4. Definition des globalen Koordinatensystems

Die Orientierung der Messungen beider verwendeter Messsysteme erfolgt systembedingt zunächst in einem globalen Hilfskoordinatensystem, welches über ein frei positionierbares Koordinatenkreuz im Messraum definiert wird (Abbildung 3.6). Dieses Hilfskoordinatensystem kann im Laufe der Auswertung der Daten über unterschiedliche Methoden an gegebene Merkmale angepasst werden. Eine solche Anpassung ist empfehlenswert, wenn mehrere Messungen miteinander oder Messdaten mit Konstruktionsdaten verglichen werden sollen. Insbesondere dann, wenn nicht garantiert werden kann, dass sich das Koordinatenkreuz bei mehreren Messungen an der ursprünglichen Position befindet, ist eine nachgelagerte Ausrichtung notwendig. Auch für die spätere Anwendung der Messwerte als Referenzgeometrie der Hexapod-Messeinrichtung ist eine Anpassung der Ausrichtung unabdingbar.

Die Auswertesoftware der optischen Messsysteme stellt verschiedene Möglichkeiten zur Ausrichtung des Koordinatensystems zur Verfügung. Die Ausrichtung rein über Messdaten kann nach der 3-2-1-Ausrichtung durchgeführt werden, bei der zunächst eine Ebene über drei Punkte, anschließend eine Gerade über zwei Punkte und abschließend ein einzelner Punkt definiert wird.

Die Ausrichtung und Position des gewünschten Koordinatensystems entspricht dem physikalischen Modell aus Abbildung 3.3. Der Ursprung liegt mittig in der Ebene durch die unteren Gelenkpunkte, die Z -Achse steht senkrecht auf dieser Ebene, die X -Achse zeigt in Richtung des Mittelpunktes zwischen den unteren Gelenken von Bein 1 und 6.

Die Ausrichtung der Z -Achse erfolgt über die Gelenkpunkte 3, 5 und 6. Für die Y -Ausrichtung wird der Mittelpunkt zwischen den Gelenken 1

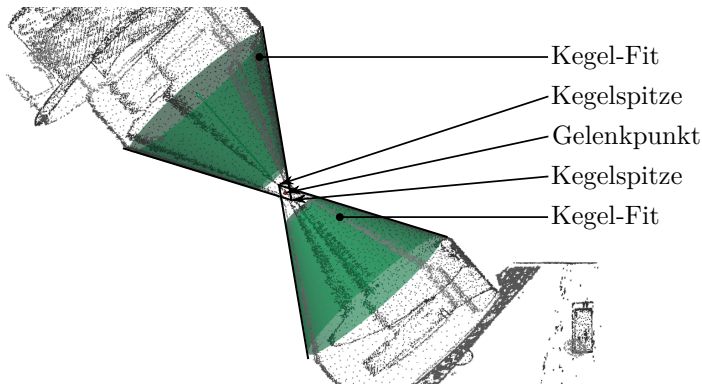


Abbildung 3.10.: Gelenkpunkt aus Kegelfit

und 6 sowie der Mittelpunkt der Grundplatte des Messhexapods herangezogen. Dieser kann über eine in der Grundplatte vorhandene Bohrung ermittelt werden. Die Bohrung sowie die Oberfläche der Grundplatte um die Bohrung werden von dem flächenhaft messenden System digitalisiert und der Schnittpunkt der Bohrungsachse mit der Ebene wird als Mittelpunkt der Platte definiert. Dieser Punkt dient gleichzeitig zur Festlegung der X -Achse.

3.2.5. Unsicherheit der globalen Gelenkposition

Zur Bestimmung der Messunsicherheit einer gemessenen Größe werden im GUM [55] die Verfahren der Wiederholungsmessung (Typ A) und der Verwendung alternativer Informationen (Typ B) empfohlen (Kapitel 2.3).

Die verwendeten optischen Messsysteme werden vom Hersteller mit Datenblättern nach der Richtlinie VDI 2634 [79] ausgeliefert. Die in den Datenblättern angegebenen Unsicherheiten gelten für die einzelnen Messsysteme und für einzelne Messpunkte. Für die Charakterisierung der Hexapod-Referenzmesseinrichtung ist die Unsicherheit der nach den zuvor beschriebenen Verfahren ermittelten Gelenkpunkte ausschlaggebend. Für die Bestimmung der Unsicherheit einer kombinierten Messung der beiden Messsysteme mit nachfolgender Datenverarbeitung sind die Angaben aus den Datenblättern nicht geeignet. Sonstige Informationen oder Erfah-

rungen zu der genannten Ausrüstung und Auswertestrategie liegen nicht vor. Somit stehen nicht genügend Informationen zur Verfügung, um eine Messunsicherheit nach Typ B zu bestimmen.

Zur Bestimmung der Messunsicherheit nach Typ A wird für die Messung der Gelenkpunkte eine Reihe von Wiederholungsmessungen durchgeführt. Die Messreihe umfasst zehn vollständige Digitalisierungen der Gelenke sowie die nachfolgenden Bestimmungen der Gelenkpositionen und Ausrichtungen des Koordinatensystems entsprechend der Beschreibung in den vorigen Abschnitten.

Aus der Messreihe ergibt sich ein Datensatz von je zehn Messwerten der drei Raumkoordinaten der 12 Gelenkpunkte. Die Verteilung der Messungen für die einzelnen Koordinaten wird mittels des Shapiro-Wilk Tests [81] auf Normalverteilung geprüft. Bei 32 von 36 Koordinaten ergibt der Test für eine statistische Signifikanz von $\alpha = 0,05$ ein positives Ergebnis, wodurch eine Normalverteilung der Messung angenommen werden kann.

Für die identifizierten Koordinaten der Gelenkpunkte werden die Mittelwerte und die zugehörigen Unsicherheiten berechnet. Die Ergebnisse der Auswertung der Messreihen für Mittelwert \bar{q} , Standardabweichung der Einzelmessung $s(q_k)$ und Standardabweichung des Mittelwerts $s(\bar{q})$ sind in Anhang A.1 gelistet. Aus der Auswertung ergibt sich eine Unsicherheit der gemessenen Gelenkpositionen von $s(\bar{q}) \leq 0,0087 \text{ mm}$ (Bein 2, unteres Gelenk, Z -Koordinate). Das Koordinatensystem wird an den Z -Koordinaten Z_{3u} , Z_{5u} und Z_{6u} ausgerichtet. Dementsprechend ist die Unsicherheit dieser Parameter null. Die Abweichung in der Z -Verteilung wird durch die Ausrichtung des Koordinatensystems jedoch in die Z -Koordinaten der restlichen Gelenke übertragen, wodurch sich deren Unsicherheit entsprechend erhöht.

3.3. Messunsicherheit des Hexapods

Mit Hilfe der in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Vorarbeiten wurde im Rahmen dieser Arbeit die Unsicherheit der in der Messeinheit bestimmten Referenzvektoren zur Kalibrierung von MKS berechnet [75]. Hierzu werden zunächst die Parameter bestimmt, welche einen Einfluss auf die Referenzvektoren haben können. Anschließend werden die Sensitivitätskoeffizienten für die einzelnen Parameter berechnet und abschließend eine Messunsicherheitsbilanz (MUB) aufgestellt.

3.3.1. Einflussparameter

Aus dem physikalischen Modell in Kapitel 3.1 folgt, dass die Referenzvektoren \mathbf{F} und \mathbf{M} direkt von den Kraftsignalen F_i und den Koordinaten der Gelenkpunkte \mathbf{k} abhängen. Somit sind diese beiden Parametersätze die primären Einflussgrößen auf die Unsicherheit der Referenzvektoren.

Die Unsicherheit der Kraftsignale F_i kann aus den für die einzelnen Kraftsensoren vorhandenen Kalibrierscheinen und den Datenblättern des Herstellers entnommen werden. Bei der Unsicherheit der Gelenkkoordinaten \mathbf{k} müssen zusätzlich zu der in Abschnitt 3.2.5 bestimmten Messunsicherheit noch sekundäre Einflussfaktoren berücksichtigt werden. Diese ergeben sich aus der Deformation des Aufbaus auf Grund von thermischen und mechanischen Einwirkungen.

Zur Betrachtung der Verformung der Messeinheit werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Beine (inklusive Festkörpergelenke und Kraftsensoren) erfahren eine Längenänderung proportional zur auf sie wirkenden Kraft.
- Der restliche Aufbau, insbesondere die obere Plattform zur Befestigung der zu kalibrierenden Sensoren, ist steif.
- Thermische Ausdehnung beeinflusst alle mechanischen Komponenten des Aufbaus und resultiert in Längenänderungen der Abstände zwischen einzelnen Punkten im Aufbau.

Die gelisteten Einflüsse können über Modelle der thermischen Ausdehnung und der Festkörperverformung beschrieben werden.

Aus den Längenänderungen in den unterschiedlichen Komponenten ergibt sich eine Positionsänderung der oberen Plattform des Aufbaus. Über die parallelkinematische Struktur hat die Plattform sechs Freiheitsgrade in denen sie sich bewegen kann. Um die Position der Gelenkpunkte der oberen Plattform berechnen zu können, muss entsprechend zunächst die Pose der Plattform basierend auf den Längenänderungen ermittelt werden.

Die Posenbestimmung der Plattform entspricht dem Problem der Vortransformation oder direkten Kinematik parallelkinematischer Maschinen (vgl. Kapitel 2.5.2). Da eine geschlossene analytische Lösung ohne Zusatzinformationen für den vorhandenen Aufbau nicht existiert, wird die Pose der Plattform mittels iterativer Optimierung bestimmt.

Für die iterative Optimierung wird ein Gleichungssystem benötigt, das die Geometrie des Hexapod beschreibt. Ziel ist die Identifizierung der Koordinaten der oberen Gelenke \mathbf{k}_{oi} aus den Beinlängen L_i . Die sechs Gelenke werden über 18 Koordinaten beschrieben. Der erste Satz Gleichungen berechnet die Differenz zwischen der Beinlänge L_i und der Länge des entsprechenden Richtungsvektors des Beines \mathbf{k}_{uoi} :

$$f_i = |\mathbf{k}_{ui} - \mathbf{k}_{oi}| - L_i \quad (3.12)$$

Zusätzlich werden Randbedingungen benötigt, die unveränderliche Geometrieteile des Aufbaus beschreiben. Die Abstände der oberen Gelenke werden mit $n_{i,i+1}$ bezeichnet, sie werden im Rahmen der Optimierung als unveränderlich angenommen:

$$f_i = |\mathbf{k}_{oi} - \mathbf{k}_{o,i+1}| - n_{i,i+1} \quad (3.13)$$

Mit diesen Bedingungen können 12 unabhängige Gleichungen formuliert werden. Zur Bestimmung der 18 Koordinaten werden weitere Gleichungen benötigt, die über die Definition zweier Hilfspunkte \mathbf{k}_j erzeugt werden können. Diese Punkte werden als ortsfest gegenüber der oberen Plattform angenommen. Somit sind die Abstände t_{ij} zwischen den Gelenken der oberen Plattform \mathbf{k}_{oi} und den Hilfspunkten \mathbf{k}_j konstant und es ergeben sich weitere Randbedingungen:

$$f_i = |\mathbf{k}_{oi} - \mathbf{k}_j| - t_{ij} \quad (3.14)$$

Die beiden Hilfspunkte bringen jeweils drei zusätzliche Unbekannte in das Gleichungssystem ein. Aus den sechs Gelenkkordinaten \mathbf{k}_{oi} werden mit den beiden Hilfspunkten 12 zusätzliche Gleichungen erzeugt, womit ein Gleichungssystem \mathbf{I} mit 24 Gleichungen und 24 Unbekannten entsteht.

Als Startwert für die iterative Optimierung wird die initiale Geometrie \mathbf{k}_{0i} aus der optischen Messung angenommen und die Koordinaten \mathbf{k}_{oi} der oberen Gelenke werden schrittweise angepasst, bis der Fehler des Gleichungssystems unter einen vorgegebenen Grenzwert fällt. Im Fall der Messeinheit der Referenzmesseinrichtung sind die möglichen Verformungen sehr gering, weshalb eine Konvergenz der Optimierung gegen ein fehlerhaftes lokales Minimum nicht zu erwarten ist.

Eingangsparameter für den Optimierungsalgorithmus sind die initialen Koordinaten $\mathbf{k}_{0i} = [X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}]^T$, woraus die initialen Längen der Beine

$L_{0i} = |\mathbf{k}_{0oi} - \mathbf{k}_{0ui}|$ berechnet werden. Zusätzlich gehen die Steifigkeit v der Beine, die Kraftsignale F_i der in den Beinen verbauten Kraftsensoren, der thermische Ausdehnungskoeffizient α_T der verwendeten Materialien sowie die Temperaturdifferenz ΔT zwischen Raumtemperatur und Referenztemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ in das Modell ein. In geometrischen Messungen wird die Referenztemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ zur Durchführung von Messungen und zur Referenzierung von geometrischen Eigenschaften verwendet, während bei Kraftkalibrierungen die Referenztemperatur typischerweise bei 21°C bis 23°C liegt. Als Ergebnis der Optimierung werden die aktuellen Koordinaten der oberen Gelenke $\mathbf{k}'_{oi} = [X'_{oi}, Y'_{oi}, Z'_{oi}]^T$ im verformten Zustand ausgegeben.

Die Eingangsparameter der iterativen Optimierung sind mit einer Unsicherheit behaftet, was zu einer Unsicherheit $\Delta \mathbf{k}'_i = [\Delta X'_i, \Delta Y'_i, \Delta Z'_i]^T$ der berechneten Koordinaten führt. Um diese Unsicherheit $\Delta \mathbf{k}'_i$ berechnen zu können, müssen die Einflüsse der Unsicherheiten der einzelnen Eingangsparameter auf die Gesamtunsicherheit (Sensitivitätskoeffizienten c_i) ermittelt werden (vgl. Kapitel 2.3.4). Für die Koordinaten \mathbf{k}'_i existiert durch die Mehrdeutigkeit der Lösung des Gleichungssystems kein direkter funktionaler Zusammenhang der Form

$$k'_i = f(x_i). \quad (3.15)$$

Die Sensitivitätskoeffizienten können somit nicht direkt über die partielle Ableitung $\partial f / \partial x$ berechnet werden.

3.3.2. Sensitivitätskoeffizienten

Da die direkte Berechnung der Sensitivitätskoeffizienten über die partielle Ableitung nicht möglich ist, werden zwei alternative Methoden zur Bestimmung durchgeführt und verglichen. Zunächst erfolgt eine Berechnung der partiellen Ableitung mit Hilfe des SiF (vgl. Kapitel 2.4.1) [82]. Anschließend werden die Sensitivitätskoeffizienten mittels MCM (vgl. Kapitel 2.3.3) berechnet und mit den Ergebnissen des SiF verglichen.

Satz der impliziten Funktion

Nach dem SiF kann die partielle Ableitung einer impliziten Gleichung oder eines Gleichungssystems nach Gleichung (2.17) berechnet werden. Für den

parallelkinematischen Aufbau des Messhexapods wird ein Gleichungssystem mit 24 Gleichungen $\mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ zur iterativen Optimierung der Hexapod-Geometrie verwendet. Das selbe Gleichungssystem wird zur Berechnung der partiellen Ableitungen mittels SiF herangezogen. Das Gleichungssystem \mathbf{I} sowie die Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} sind in Anhang A.2 aufgeführt. Der Parametervektor \mathbf{x} enthält 42 Parameter: Beinlänge L_i (6 Parameter), Randbedingungen in der oberen Plattform $n_{i,i+1}$ (6 Parameter), Randbedingungen der Zusatzkoordinaten t_{ij} (12 Parameter) und die Koordinaten der Gelenke der Bodenplatte \mathbf{k}_{ui} (18 Parameter):

$$L_i = |k_{0oi} - k_{0ui}| \cdot (1 + \alpha_T \Delta T) + F_i \cdot v \quad (3.16)$$

$$n_{i,i+1} = |k_{0oi} - k_{0o,i+1}| \cdot (1 + \alpha_T \Delta T) \quad (3.17)$$

$$t_{ij} = |k_{0oi} - k_{0oj}| \cdot (1 + \alpha_T \Delta T) \quad (3.18)$$

$$k_{ui} = k_{0ui} \cdot (1 + \alpha_T \Delta T) \quad (3.19)$$

Der Variablenvektor \mathbf{y} enthält die 18 Koordinaten der Gelenke der oberen Plattform \mathbf{k}_{oi} sowie sechs Koordinaten zweier Hilfspunkte \mathbf{k}_j .

Damit der SiF angewendet werden kann, muss überprüft werden ob das Gleichungssystem an den betrachteten Punkten stetig und ob die Matrix der partiellen Ableitungen invertierbar ist. Für die Bedingung der Stetigkeit werden die Gleichungen \mathbf{I} analysiert. Alle Gleichungen entsprechen der Form einer Kugelgleichung:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 - l^2 = 0 \quad (3.20)$$

Diese Gleichung ist stetig unter der Bedingung

$$l^2 \neq 0. \quad (3.21)$$

Die Längen l beschreiben in dem physikalischen Modell immer Abstände zwischen zwei nicht identischen Punkten und können somit nicht Null werden.

Für die Invertierbarkeit der partiellen Ableitungsmatrix werden die partiellen Ableitungen $\partial \mathbf{I} / \partial \mathbf{y}$ betrachtet. Das Gleichungssystem \mathbf{I} enthält 24 Gleichungen, der Variablenvektor \mathbf{y} besteht aus 24 Variablen. Somit ist die Matrix der partiellen Ableitungen quadratisch mit 24×24 Elementen. Die partiellen Ableitungen werden symbolisch mit pythons *SymPy*-Paket

[83] berechnet. Die Spalten der resultierende 24×24 -Matrix sind linear unabhängig, somit ist die Matrix invertierbar.

Da die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit des SiF gegeben sind, werden die Sensitivitätskoeffizienten als partielle Ableitungen von \mathbf{I} nach Gleichung (2.17) berechnet.

Monte Carlo Methode

Zur Validierung der Ergebnisse des SiF wird eine zweite Berechnung der Sensitivitätskoeffizienten mittels MCM durchgeführt. Zur iterativen Optimierung wird der Algorithmus nach Levenberg und Marquardt [84] mit der Anfangsgeometrie des Hexapod als Startwert verwendet. Zu jedem der 42 Eingangsparameter \mathbf{x} wird nacheinander über 10000 Iterationen eine normalverteilte Zufallszahl d mit $\mu(d) = 0$ und $\sigma(d) = 0,1$ addiert und die Koordinaten \mathbf{k}'_{oi} werden berechnet. Der Sensitivitätskoeffizient ergibt sich aus dem Quotienten der Standardabweichung der resultierenden Koordinate $\sigma(\mathbf{k}'_{oi})$ und der Standardabweichung der verwendeten Zufallszahlen $\sigma(d_i)$:

$$c_i = \frac{\sigma(\mathbf{k}'_{oi})}{\sigma(d_i)} \quad (3.22)$$

Die resultierenden Sensitivitätskoeffizienten \mathbf{c}_i der MCM stimmen mit den Ergebnissen des SiF bis auf die dritte Nachkommastelle überein. Der maximale Wert liegt bei $\max(c_i) = 1,3157$, die maximale Abweichung zwischen MCM und SiF liegt bei $1,9 \cdot 10^{-3}$. Somit können die Ergebnisse des SiF zur weiteren Berechnung verwendet werden.

3.3.3. Unsicherheit der Gelenkkoordinaten

Für die Berechnung der Unsicherheit der Gelenkkoordinaten $\Delta \mathbf{k}'_{oi}$ werden zusätzlich zu den vorangehend bestimmten Sensitivitätskoeffizienten \mathbf{c}_i die Unsicherheiten $u_c(\mathbf{x})$ der einzelnen Eingangsparameter \mathbf{x} benötigt. Wie bereits erwähnt besteht der Parametervektor \mathbf{x} aus 42 Parametern, welche nach den Gleichungen (3.16) bis (3.19) berechnet werden. Die Unsicherheiten $u_c(\mathbf{x})$ können mittels Fehlerfortpflanzung aus den einzelnen Unsicherheiten $\Delta \mathbf{p}$ der Eingangswerte $\mathbf{p} = [\mathbf{k}_{0i}, \mathbf{k}_{0oj}, \alpha_T, \Delta T, F_i, v]^T$ nach

Gleichung (3.23) berechnet werden.

$$u_c(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{51} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_i} \cdot \Delta \mathbf{p}_i \right)^2} \quad (3.23)$$

Der Parametervektor \mathbf{p} enthält 51 Elemente: 36 Gelenkkoordinaten \mathbf{k}_{0i} , sechs Zusatzkoordinaten \mathbf{k}_{0j} , sechs Kraftsignale F_i sowie den thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_T , die Temperaturdifferenz ΔT und die Steifigkeit v .

Die Koordinaten \mathbf{k}_{0i} sowie deren Unsicherheit ergeben sich aus der Geometriemessung des Messhexapod in Abschnitt 3.2. Die Koordinaten \mathbf{k}_{0oj} sind reine Hilfskoordinaten für die Randbedingungen, welche keinen physikalischen Punkt repräsentieren und somit keine Unsicherheit besitzen.

Der thermische Ausdehnungskoeffizient für die verwendete Stahllegierung wird aus Literaturwerten zu $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ bestimmt. Die Federsteifigkeit der in den Beinen verbauten Kraftsensoren beträgt laut Datenblatt des Herstellers $350 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$. Die Steifigkeit v der Beine, inklusive Festkörpergelenke und Kraftsensoren, wurde experimentell bestimmt und liegt bei $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$ beziehungsweise $91 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$. Die Unsicherheit der Parameter α_T und v wird mit 10 % abgeschätzt. Die Messeinrichtung ist in einem klimatisierten Laborgebäude installiert, in dem mehrere Temperatursensoren verteilt sind. Der der Einrichtung nächstgelegene Sensor wird zur Bestimmung der Umgebungstemperatur herangezogen. Die Unsicherheit des Temperatursensors wird durch eine Rechteckverteilung mit einer Halbbreite von $0,1 \text{ }^\circ\text{C}$ beschrieben.

Die uniaxialen Kraftsensoren in den Beinen der Messeinrichtung sind als Klasse 00 nach ISO 376 [30] klassifiziert. Die Sensoren haben einen Messbereich von 25 kN und sind in einem Teilbereich bis 12 kN kalibriert. Die Unsicherheit der Kraftwerte ist in den Kalibrierscheinen mit $u(F_i) \leq 0,037\%$ angegeben. Eine Ausnahme bildet der Sensor in Bein 2. Dieser Sensor zeigt bei Zugbelastung eine starke Abweichung der Linearität, speziell in kleinen Lastbereichen. Die Auswirkung der erhöhten Unsicherheit des Sensors wird in Abschnitt 3.3.5 ausführlich behandelt.

Die Festkörpergelenke zwischen den Beinen und den Plattformen sind darauf ausgelegt, möglichst geringe Momente in die Beine zu leiten [74]. In einer Simulation mittels Finite Elemente Methode (FEM) wurden die maximal übertragenen Momente zu $M_{xy} \leq 0,5 \text{ N} \cdot \text{m}$ und $M_z \leq 0,2 \text{ N} \cdot \text{m}$ berechnet. Im Datenblatt der Sensoren wird eine Empfindlichkeit gegenüber

Biegemomenten von $S_b(M_{xy}) < 3 \cdot 10^{-5}/(\text{N} \cdot \text{m})$ und gegenüber Drehmomenten von $S_d(M_z) = 2 \cdot 10^{-6}/(\text{N} \cdot \text{m})$ angegeben. Beide Empfindlichkeiten werden in den Unsicherheiten der Kraftsensoren $u_c(F_i)$ verrechnet:

$$u_c(F_i) = \sqrt{u(F_i)^2 + (S_d(M_z) \cdot M_z)^2 + (S_b(M_{xy}) \cdot M_{xy})^2} \quad (3.24)$$

Wird die kombinierte Unsicherheit $u_c(F_i)$ mit den gegebenen Werten $u(F_i) \leq 0,037\%$, S_d , M_z , S_b und M_{xy} berechnet, ergibt sich ein Wert von $u_c(F_i) \leq 0,03703\%$. Dies zeigt, dass die übertragenen Biege- und Drehmomente keinen signifikanten Einfluss auf die Unsicherheit der Kraftwerte F haben.

Der Einfluss der Parameter \mathbf{p} auf die Unsicherheit $u_c(\mathbf{x})$ ist beispielhaft für $\mathbf{x}(1) = L_1$ in Tabelle 3.1 gelistet, Werte der Unsicherheiten $u_c(\mathbf{x})$ sind in Anhang A.3 gesammelt.

Mit den Sensitivitätskoeffizienten \mathbf{c}_i aus 3.3.2 und den Unsicherheiten $u_c(\mathbf{x})$ der Eingangsparameter \mathbf{x} werden die kombinierten Unsicherheiten $u_c(\mathbf{y})$ berechnet:

$$u_c^2(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{42} (\mathbf{c}_i^2(i) \cdot u_c^2(\mathbf{x}(i))) \quad (3.25)$$

Die Sensitivitätskoeffizienten $\mathbf{c}_i = [c_1, \dots, c_{42}]^T$ sind für $\mathbf{y}(1) = X_{t1}$ beispielhaft in Tabelle 3.2 dargestellt. Die maximale Unsicherheit der Gelenkpositionen nach iterativer Optimierung der Geometrie liegt bei $\leq 0,014\text{mm}$. Die Unsicherheiten $u_c(\mathbf{y})$ sind in Anhang A.3 zu finden.

3.3.4. Messunsicherheitsbilanz

Mit der Berechnung der Unsicherheit der Gelenkkoordinaten $u_c(\mathbf{y})$ und der Kraftwerte der Sensoren $u_c(F_i)$ stehen nun alle notwendigen Parameter zur Aufstellung der MUB der Referenzvektoren zur Verfügung. Die Berechnung der Gesamtbilanz erfolgt in der Software *GUM Workbench Pro*.

Die Berechnung der MUB erfolgt exemplarisch für eine Testmessung bei uniaxialer Belastung von $F_z = 5\text{ kN}$. Zusätzlich wird die Messunsicherheit für alle sechs Komponenten für Laststufen von 10 %, 50 % und 100 % der Nennlast basierend auf theoretischen Werten der Kraftsensoren in den Beinen analysiert.

Tabelle 3.1.: Unsicherheitsbeitrag der Parameter \mathbf{p} auf L_1

X_i	x_i	$u(x_i)$	PDF	c_i	Beitrag zu MUB	rel. Beitr. zu MUB
X_{o1}	192,160 mm	0,0043 mm	normal	-0,66 mm/mm	-0,0028 mm	17,9 %
X_{u1}	500,169 mm	0,0036 mm	normal	0,66 mm/mm	0,0024 mm	12,5 %
Y_{o1}	153,099 mm	0,00384 mm	normal	0,14 mm/mm	$5,20 \cdot 10^{-4}$ mm	0,6 %
Y_{u1}	89,843 mm	0,00157 mm	normal	-0,14 mm/mm	$-2,10 \cdot 10^{-4}$ mm	0,1 %
Z_{o1}	346,835 mm	0,00501 mm	normal	0,74 mm/mm	0,0037 mm	30,8 %
Z_{u1}	-0,089 mm	0,00484 mm	normal	-0,74 mm/mm	-0,0036 mm	28,7 %
α_T	$1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	normal	840 mm · K	0,001 mm	2,3 %
ΔT	1,8 K	0,0577 K	gleich	0,0056 mm/K	$3,20 \cdot 10^{-4}$ mm	0,2 %
F_1	1601,31 N	0,288 N	normal	$1,1 \cdot 10^{-5} \text{ mm/N}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$ mm	0,0 %
v	11 $\mu\text{m/kN}$	1,1 $\mu\text{m/kN}$	normal	1600 mm · N/mm	0,0018 mm	6,9 %
L_1	468,245 mm	0,0067 mm				

Tabelle 3.2.: Sensitivitätskoeffizienten c_i für X_{t1} in mm/mm

i	c_i	i	c_i	i	c_i	i	c_i	i	c_i
1	0.60245	10	0.13346	19	0.15984	28	0.37447	37	0.19438
2	0.83833	11	0.12928	20	0.43856	29	0.42075	38	0.21774
3	0.43557	12	0.28866	21	0.39047	30	0.62090	39	0.32295
4	0.03268	13	0.38762	22	0.08576	31	0.09132	40	0.13330
5	0.43522	14	0.32222	23	0.39043	32	0.27790	41	0.02762
6	0.20254	15	0.00468	24	0.36358	33	0.32324	42	0.15015
7	0.57787	16	0.11635	25	0.39643	34	0.00684		
8	0.13422	17	0.00541	26	0.08176	35	0.02084		
9	0.12998	18	0.18050	27	0.44633	36	0.02432		

Auf Grund der Ansteuerung der Antriebseinheit können rein uniaxiale Lasten mit der Referenzmesseinrichtung nicht erzeugt werden (vgl. Abschnitt 3.4.3). Da MKS sehr empfindlich auf kombinierte Lasten reagieren können, ist es notwendig, die vollständigen Kraft- und Momentvektoren, die auf den zu kalibrierenden Sensor wirken, darzustellen. Für die Referenzmessung von $F_z = 5$ kN sind die resultierenden Kraft- und Momentkomponenten und deren erweiterte Unsicherheiten ($k = 2$) in Tabelle 3.3 dargestellt.

Die vollständige MUB der F_z -Komponente inklusive aller Eingangspa-

Tabelle 3.3.: Kraft- und Momentkomponenten inklusive Unsicherheiten bei einer Referenzmessung von $F_i = 5$ kN

Komponente	Wert	erw. ($k = 2$)	Unsicherheit
F_x	68,245 N	0,512 N	
F_y	95,134 N	0,526 N	
F_z	4998,181 N	0,732 N	
M_x	-17,788 N · m	0,186 N · m	
M_y	12,063 N · m	0,190 N · m	
M_z	-1,15 N · m	0,150 N · m	

parameter, Eingangsunsicherheiten, Sensitivitätskoeffizienten und deren Beitrag zur MUB ist in Tabelle 3.5 dargestellt. Die relative erweiterte Messunsicherheit ($k = 2$) für F_z ist $1,5 \cdot 10^{-4}$. Die signifikanten Einflussfaktoren (relativer Beitrag zur MUB $\geq 0,5\%$) auf die weiteren Komponenten F_x , F_y , M_x , M_y und M_z sind in Anhang A.4 zusammengefasst.

Abschließend wird die Messunsicherheit für uniaxiale Belastungen von $\pm 10\%$, $\pm 50\%$ und $\pm 100\%$ der Nennlast für alle sechs Kraft- und Momentkomponenten berechnet. Zur Berechnung wird eine Grundlast auf den Aufbau von $F_z = 2817\text{ N}$, hervorgerufen durch die obere Plattform und die Adaptionselemente, berücksichtigt, welche in der Deformation der Beine und den Kraftwerten der uniaxialen Kraftsensoren eingerechnet wird. Tabelle 3.4 zeigt die relative erweiterte Unsicherheit ($k = 2$) der verschiedenen Laststufen.

3.3.5. Bewertung der Messunsicherheitsanalyse

Bei Betrachtung der Messunsicherheiten in Tabelle 3.4 fällt auf, dass bei den fett gedruckten Laststufen deutlich höhere Unsicherheiten ermittelt

Tabelle 3.4.: Relative erweiterte Unsicherheiten ($k = 2$) für 10 %, 50 % und 100 % der nominalen Last von \mathbf{F} (10 kN) und \mathbf{M} (1 kN · m)

Komponente	$u_c(10\%)$	$u_c(50\%)$	$u_c(100\%)$
F_x	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$
$-F_x$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$
F_y	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$2.9 \cdot 10^{-4}$
$-F_y$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$
F_z	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$
$-F_z$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$8.7 \cdot 10^{-4}$
M_x	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$
$-M_x$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$
M_y	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$
$-M_y$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$
M_z	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$8.7 \cdot 10^{-4}$
$-M_z$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 3.5.: Unsicherheitsbeiträge der Einflussfaktoren für uniaxiale Kraft von $F_z = 5kN$

X_i	x_i	$u(x_i)$	PDF	c_i	Beitrag zu MUB	rel. Beitrag zu MUB
F_1	1017,920 N	$1,83 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,4 \cdot 10^{-1}$ N	13,7 %
F_2	1031,750 N	$1,65 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,2 \cdot 10^{-1}$ N	11,2 %
F_3	1151,070 N	$2,13 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,6 \cdot 10^{-1}$ N	18,6 %
F_4	1207,159 N	$2,17 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,6 \cdot 10^{-1}$ N	19,3 %
F_5	1197,370 N	$2,16 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,6 \cdot 10^{-1}$ N	19,1 %
F_6	1134,470 N	$1,99 \cdot 10^{-1}$ N	normal	0,74 N/mm	$1,5 \cdot 10^{-1}$ N	16,2 %
X_{u1}	500,180 mm	$3,60 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-1,1 N/mm	$-4,0 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
Y_{u1}	89,845 mm	$1,57 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,22 N/mm	$3,45 \cdot 10^{-4}$ N	0,0 %
Z_{u1}	-0,089 mm	$4,84 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-0,98 N/mm	$-4,7 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
X_{o1}	192,164 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,1 N/mm	$1,4 \cdot 10^{-2}$ N	0,2 %
Y_{o1}	153,104 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,22 N/mm	$-2,9 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
Z_{o1}	346,828 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	0,84 N/mm	$1,0 \cdot 10^{-2}$ N	0,1 %
X_{u2}	-172,149 mm	$5,05 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,73 N/mm	$3,7 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
Y_{u2}	478,085 mm	$4,42 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-0,82 N/mm	$-3,6 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
Z_{u2}	0,070 mm	$8,73 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-0,99 N/mm	$-8,6 \cdot 10^{-3}$ N	0,1 %
X_{o2}	36,875 mm	$1,5 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,73 N/mm	$-1,0 \cdot 10^{-2}$ N	0,1 %
Y_{o2}	243,000 mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	0,82 N/mm	$9,8 \cdot 10^{-3}$ N	0,1 %
Z_{o2}	346,961 mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	0,86 N/mm	$1,0 \cdot 10^{-2}$ N	0,1 %
X_{u3}	-328,090 mm	$6,12 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,38 N/mm	$2,3 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %
Y_{u3}	387,875 mm	$2,47 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-1,2 N/mm	$-3,0 \cdot 10^{-3}$ N	0,0 %

Z_{u3}	0,0 mm					
X_{o3}	-230,161 mm	$1,4 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,38 N/mm	$-5,3 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Y_{o3}	89,485 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,2 N/mm	$1,6 \cdot 10^{-2}$ N	0,2%
Z_{o3}	347,405 mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,1 N/mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
X_{u4}	-327,788 mm	$2,74 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,40 N/mm	$1,1 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Y_{u4}	-388,530 mm	$6,06 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	1,2 N/mm	$7,3 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Z_{u4}	0,054 mm	$7,12 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-1,2 N/mm	$-8,5 \cdot 10^{-3}$ N	0,1%
X_{o4}	-230,102 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,40 N/mm	$-5,2 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Y_{o4}	-90,519 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-1,2 N/mm	$-1,6 \cdot 10^{-2}$ N	0,2%
Z_{o4}	347,785 mm	$1,1 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,3 N/mm	$1,4 \cdot 10^{-2}$ N	0,2%
X_{u5}	-172,046 mm	$3,78 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,84 N/mm	$3,2 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Y_{u5}	-478,128 mm	$6,57 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	0,95 N/mm	$6,2 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Z_{u5}	0,0 mm					
X_{o5}	36,873 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,84 N/mm	$-1,0 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
Y_{o5}	-243,853 mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	-0,95 N/mm	$-1,1 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
Z_{o5}	347,450 mm	$1,0 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,3 N/mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
X_{u6}	500,032 mm	$3,17 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-1,2 N/mm	$-3,8 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Y_{u6}	-89,845 mm	$1,57 \cdot 10^{-3}$ mm	normal	-0,25 N/mm	$-3,93 \cdot 10^{-4}$ N	0,0%
Z_{u6}	0,0 mm					
X_{o6}	192,112 mm	$1,2 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,2 N/mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
Y_{o6}	-154,023 mm	$1,3 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	0,25 N/mm	$3,3 \cdot 10^{-3}$ N	0,0%
Z_{o6}	347,116 mm	$1,1 \cdot 10^{-2}$ mm	normal	1,1 N/mm	$1,1 \cdot 10^{-2}$ N	0,1%
F_z	4998,181 N	0,366 N				

werden als bei den restlichen. Speziell die Tatsache, dass die relative Unsicherheit für einzelne Lastrichtungen (z.B. $-F_z$) mit steigender Last zunimmt, widerspricht der Erfahrung mit klassischen Kraftsensoren.

Die hohe Abweichung von bis zu einer Größenordnung lässt sich mit den Kalibrierwerten des in Bein 2 installierten Kraftsensors erklären. Dieser Sensor zeigt bei Zugbelastung eine starke Linearitätsabweichung, speziell in der ersten Kalibrierstufe von 0 kN bis 4 kN. In diesem Bereich wird im Kalibrierschein eine relative Unsicherheit von $5,14 \cdot 10^{-3}$ angegeben, während bei den restlichen Sensoren die relative Unsicherheit über alle Laststufen bei $\leq 3,14 \cdot 10^{-4}$ liegt. Unterschiedliches Verhalten bei Zug- und Druckbelastung kann in allen Kalibrierscheinen der verbauten Sensoren beobachtet werden, allerdings sind die Abweichungen außer bei dem Sensor in Bein 2 deutlich geringer. Für Lastfälle, bei denen der Sensor in Bein 2 eine Zugkraft von 0 kN bis 4 kN erfährt, hat dieser Unsicherheitsbeitrag einen großen Einfluss auf die Gesamtunsicherheit.

Durch die Vorbelastung der in den Beinen verbauten Sensoren, basierend auf der Last der oberen Plattform, notwendiger Adapterelemente und des zu kalibrierenden Sensors, können die Lastfälle in Abhängigkeit des eingesetzten Aufbaus variieren. Des Weiteren sind die Unsicherheiten für die Kraftwerte der uniaxialen Sensoren für diskrete Laststufen zwischen 0 kN bis 12 kN angegeben. Zur Abschätzung der Gesamtunsicherheit wird jeweils die relative Unsicherheit der nächst kleineren Laststufe gewählt, da die relative Unsicherheit mit zunehmenden Laststufen abnimmt. Dies führt jedoch dazu, dass die Gesamtunsicherheit nicht durch eine kontinuierliche Funktion über dem Lastbereich dargestellt wird, sondern bei Erreichen einzelner Kalibrierstufen der Kraftsensoren die Unsicherheit einen Sprung enthält. Entsprechend muss für jede erreichte Laststufe in der Hexapod-Anlage die Gesamtunsicherheit, basierend auf den aktuellen Kraftwerten der einzelnen Kraftsensoren, neu berechnet werden. Alternativ ist es möglich, lediglich die Lastbereiche, bei denen der Sensor in Bein 2 auf Zug belastet wird, zu identifizieren und einzeln zu betrachten. Für alle anderen Lastfälle kann eine Abschätzung nach oben von $2,2 \cdot 10^{-4}$ angegeben werden. Dies reduziert den Aufwand der Bestimmung der Messunsicherheit für einen Großteil der Messung, schöpft das Potential der Anlage jedoch nicht vollständig aus. Allerdings ist selbst eine relative Unsicherheit von $2,2 \cdot 10^{-4}$ eine deutliche Verbesserung gegenüber der bisherigen Annahme von $1 \cdot 10^{-3}$ und zeigt die Stärken der analysierten Einrichtung auf.

3.4. Analyse der Hexapod-Anlage

Die Hexapod-Anlage ist als Referenzmesseinrichtung zur Kalibrierung von MKS entworfen worden. Um eine zuverlässige Kalibrierung durchführen zu können ist es notwendig, mögliche Einflüsse der Anlage auf den Kalibrierablauf zu ermitteln. Je nach Auswirkung der entsprechenden Einflüsse müssen gegebenenfalls Maßnahmen zur Reduzierung oder Kompensation getroffen werden.

3.4.1. Aufwärmverhalten

Die beschriebene Anlage beinhaltet unterschiedliche elektrische und mechanische Komponenten, welche thermischen Schwankungen unterliegen können. Durch die Änderung der Temperatur können sich wichtige Eigenschaften dieser Komponenten verändern.

Die Messeinrichtung ist in einer klimatisierten Messhalle installiert, in der die Temperatur auf $21,5^{\circ}\text{C} \pm 1\text{K}$ und die relative Luftfeuchtigkeit auf $40\% \pm 5\%$ geregelt ist. Temperatur und Luftfeuchtigkeit werden kontinuierlich mit einer Unsicherheit von $0,1^{\circ}\text{C}$ bzw. $0,1\%$ protokolliert. Somit sind die klimatischen Umgebungsbedingungen zu jeder Zeit mit der genannten Unsicherheit bekannt und können bei der Untersuchung der Anlage berücksichtigt werden.

Thermische Änderungen innerhalb der Anlage ergeben sich daher primär aus der elektrischen Verlustleistung unterschiedlicher Komponenten. Durch die hohe Wärmekapazität der metallischen Komponenten der Anlage kann von einer langsamen Antwort des Systems auf thermische Änderungen ausgegangen werden. Somit können kurzzeitige Wärmeeinträge, beispielsweise durch die Bewegung der Antriebe zur Positionsänderung, vernachlässigt werden.

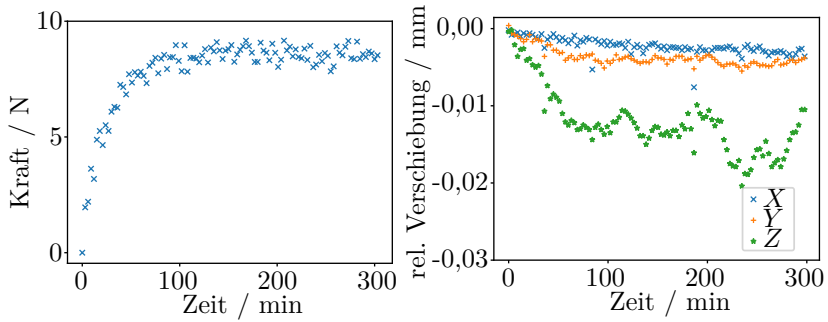
Anders verhält es sich beim Kaltstart des Systems, bei dem die Anlage nach längerer Pause in Betrieb genommen wird. Hier erzeugen speziell die Motoren der Antriebseinheit und die uniaxialen Kraftsensoren der Messeinheit durch ihre Verlustleistung einen kontinuierlichen Wärmeeintrag in das System. Die Effekte dieses Wärmeeintrages werden durch zwei getrennte Versuche untersucht.

Im ersten Versuch werden die Antriebsplattform und die sensorseitige Plattform der Messeinheit voneinander entkoppelt. An der Antriebsplattform ist ein photogrammetrisches Messsystem befestigt, welches die

Plattform der Messseite beobachtet. Dieses Messsystem wird ausführlich in Kapitel 3.5 beschrieben. Über das optische System kann die relative Verschiebung zwischen Antriebsplattform und Messplattform bestimmt werden. Der Aufwärmvorgang der Anlage wird über einen Zeitraum von 5 h beobachtet. Dabei wird alle 180 s der Betrag des gemessenen Kraftvektors sowie die relative Verschiebung zwischen den Plattformen in den drei Raumrichtungen protokolliert. Die Messwerte sind in Abbildung 3.11 dargestellt. Für den Betrag des Kraftvektors ist ein Anstieg um knapp 9 N über die ersten 70 min zu erkennen, danach ist ein thermisches Gleichgewicht erreicht. In X und Y ist eine relative Verschiebung zwischen den Plattformen im Bereich weniger μm zu erkennen. In Z zeigt sich eine Verschiebung um bis zu 20 μm , welche jedoch innerhalb der aufgenommenen Dauer von 5 h keinen konstanten Wert erreicht.

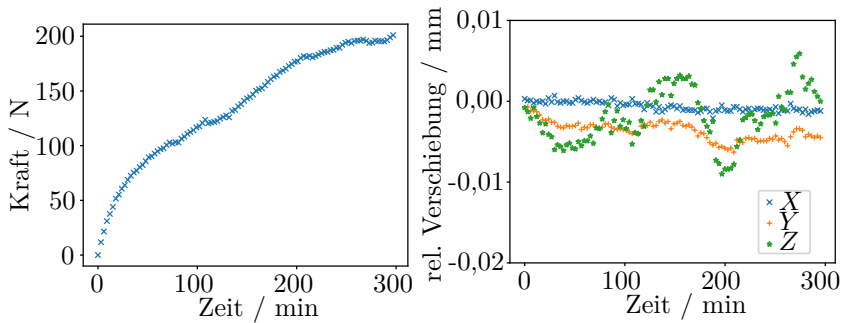
Für den zweiten Versuch werden die beiden Plattformen über einen an der PTB vorhandenen MKS miteinander verbunden. Die restliche Versuchsdurchführung ist identisch zum ersten Versuch. Die Messwerte sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Die relative Verschiebung der Plattformen in X und Y liegt, wie im ungekoppelten Versuch, bei wenigen μm , in Z ist die Verschiebung gegenüber dem vorigen Versuch deutlich reduziert. Jedoch zeigt sich hier weiterhin eine deutliche Schwankung der Auslenkung über der Zeit. Der Betrag des Kraftvektors zeigt gegenüber dem ungekoppelten Versuch einen deutlichen Anstieg auf 200 N. Über die Dauer von 5 h sind zwei Bereiche mit geringerer Steigung der Kraftkurve zu erkennen. Diese liegen zwischen 90 min und 110 min sowie zwischen 200 min und 230 min. Nach 5 h ist noch kein Gleichgewichtszustand erreicht.

Aus den Versuchen lässt sich schließen, dass die uniaxialen Kraftsensoren in den Beinen der Messeinheit eine Aufwärmdauer von etwa 1 h benötigen. In dieser Zeit ändern sich die angezeigten Kraftsignale deutlich. Die Motoren der Antriebseinheit erreichen nach 5 h noch keinen stabilen Zustand und die Länge der Beine ändert sich weiterhin. Da die Längenänderung der Beine und somit die Positionsänderung der Antriebsplattform jedoch gleichermaßen auf einen montierten Sensor wie auf die Messeinheit wirkt, hat diese Änderung keinen signifikanten Einfluss auf eine durchzuführende Messung. Lediglich die Abweichung zwischen Ziellastvektor und erreichtem Lastvektor kann hierdurch beeinträchtigt werden. Diese Abweichung wird in Abschnitt 3.4.3 weiter untersucht.



- (a) Änderung des Kraftsignals über der Zeit
Zeit
- (b) Relative Verschiebung der Plattformen über der Zeit

Abbildung 3.11.: Aufwärmverhalten bei entkoppelten Plattformen



- (a) Änderung des Kraftsignals über der Zeit
Zeit
- (b) Relative Verschiebung der Plattformen über der Zeit

Abbildung 3.12.: Aufwärmverhalten bei verbundenen Plattformen

3.4.2. Deformation unter Last

Bei einer erreichbaren Last von bis zu 10 kN für Kräfte und bis zu 1 kN · m für Momente ist zu erwarten, dass die Maschine an verschiedenen Bauteilen eine deutliche elastische Verformung aufweist. Zur Abschätzung dieser Verformung wurde in [85] eine FEM-Analyse für einzelne Lastfälle durchgeführt.

Um bei der Verformung möglichst nur den Einfluss der Maschine zu analysieren, werden die Plattformen der Antriebs- und der Messseite durch eine Flanschverbindung möglichst steif verbunden. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes wird ein vereinfachtes Modell der Anlage verwendet. In diesem Modell werden nicht relevante Bauteile wie Motor, Seile und Umlenkrollen zur Höhenverstellung der Antriebseinheit entfernt. Die Linearseinheiten im Antriebshexapod werden durch einfache Linearzylinder ersetzt.

Für die Simulation werden die beiden Lastfälle $\mathbf{F} = [10, 0, 0]^T$ kN, $\mathbf{M} = [0, 0, 0]^T$ kN · m und $\mathbf{F} = [0, 0, 0]^T$ kN, $\mathbf{M} = [1, 0, 0]^T$ kN · m herangezogen. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 3.13 dargestellt.

Für den Lastfall $F_z = 10$ kN ist eine erste Verformungsebene in der Höhe der uniaxialen Kraftsensoren in den Beinen der Messeinheit zu erkennen. Die Verformung in den Sensoren ist durch ihr Messprinzip zu erwarten und resultiert in einer Verschiebung der gesamten Einheit der verbundenen Plattformen. Die zweite Verformungsebene liegt in den Linearaktoren der angetriebenen Einheit, in der die Zielkraft erzeugt wird. Aus der Krafterzeugung in den Linearaktoren resultiert eine deutliche Verformung der verstellbaren Traverse in den Angriffspunkten der Aktoren von 167 µm. Durch die Gestänge zwischen der Traverse und dem Maschinenrahmen wird die Kraft weiter nach oben abgeleitet und bewirkt eine Verformung des Maschinenrahmens von 80 µm.

Beim Lastfall $M_z = 1$ kN · m ist eine deutliche Torsion des Maschinenrahmens, speziell der Säulen zwischen der Bodenplatte und der Traverse zu erkennen. Die maximale Verformung beträgt 124 µm. Die Verformung der Traverse selber resultiert aus der Verdrehung des gesamten Aufbaus.

Aus den Ergebnissen der FEM-Analyse lassen sich Erkenntnisse über die Steifigkeit der Anlage ableiten. Durch das zugrunde liegende Prinzip des Aufbaus hat die Verformung des Maschinenrahmens und der Komponenten oberhalb des Sensors jedoch keinen Einfluss auf die Vergleichbarkeit von Referenzvektoren und Signalen aus dem zu kalibrierenden Sensor. Le-

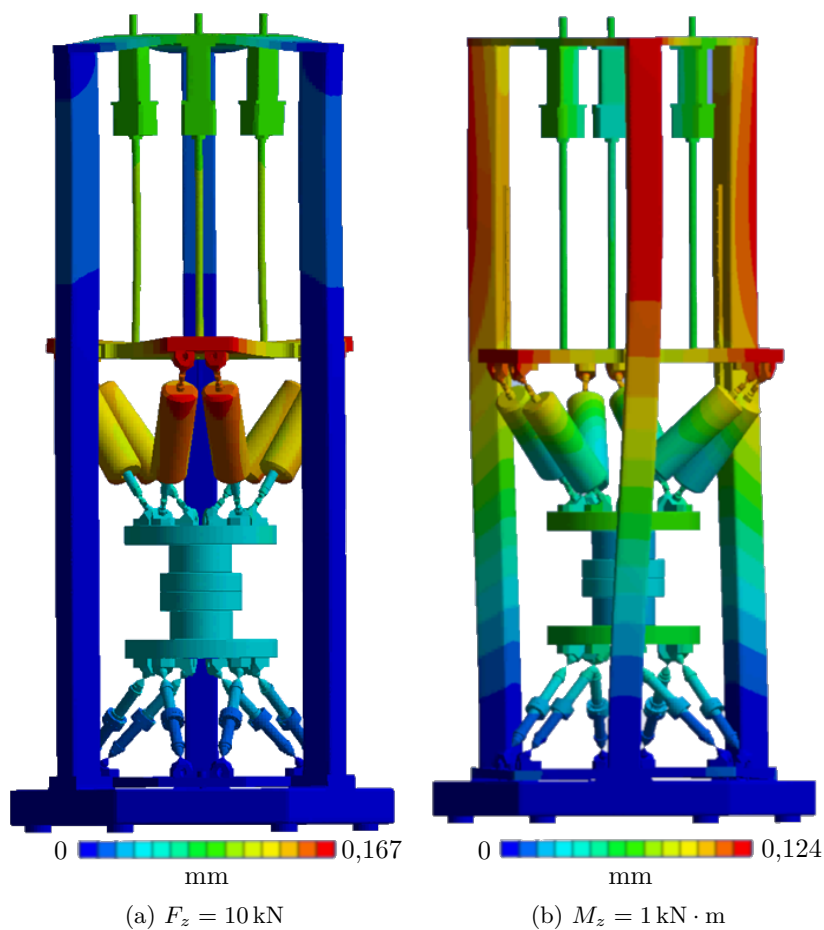


Abbildung 3.13.: FEM-Analyse der Verformung der Hexapod-Anlage unter Last [85]

diglich die Verformung des Messhexapods spielt für die Bestimmung der Referenzvektoren eine Rolle. Diese wird allerdings bereits im physikalischen Modell durch die Längenänderung der Beine in Abhängigkeit der Einzellasten berücksichtigt (vgl. Kapitel 3.1).

3.4.3. Steuerung der Anlage

Die Steuerung der Anlage besteht aus zwei Komponenten, eine Hardwareansteuerung mit zugehöriger Leistungselektronik und einer Bediensoftware. Die Kommunikation zwischen Hardware und Bediensoftware erfolgt über eine *Modbus*-Schnittstelle.

Die Hardwaresteuerung sorgt für die notwendige Ansteuerung der Linearaktoren sowie für das Auslesen der Sensorwerte aus den uniaxialen Kraftsensoren in den Beinen des Messhexapods und aus dem zu kalibrierenden MKS. Die Linearaktoren sind über Servomotoren angetrieben und werden längengeregt betrieben.

Die Bediensoftware stellt eine grafische Benutzeroberfläche zur Verfügung, über die die notwendigen Konfigurationen und Einstellungen der Anlage eingegeben und erfasste Messwerte ausgegeben, ausgewertet und gespeichert werden können. Des Weiteren berechnet die Software die notwendigen Stellsignale, die an die Hardwaresteuerung übergeben werden, und wandelt die von der Hardwaresteuerung zurückgegebenen Messwerte der Sensoren in die gesuchten Kraftkomponenten.

Zum Erzeugen eines gewünschten Lastvektors wird in der Bediensoftware der Vektor in Kugelkoordinaten, bestehend aus Vektorbetrag, Azimuth- und Inklinationwinkel eingegeben. Die Software berechnet damit aus der bekannten Geometrie des Messhexapods die benötigten Vektorkomponenten. Alternativ können auch die einzelnen Komponenten vorgegeben werden und die Software berechnet daraus den Vektorbetrag und die entsprechenden Winkel.

Um die notwendigen Stellsignale für die Antriebseinheit bestimmen zu können, muss die Steifigkeit des Aufbaus inklusive des zu kalibrierenden Sensors ermittelt werden. Da die Steifigkeit der Sensoren stark von ihrer internen Struktur und ihrem Arbeitsbereich abhängt, muss diese für jeden zu kalibrierenden Sensor neu ermittelt werden. Hierzu ist in der Bediensoftware eine *Testrun*-Funktion vorgesehen. Die Funktion erzeugt eine Bewegung der Antriebseinheit in deren kartesischen Koordinaten und berechnet aus den dabei erfassten Werten der Kraftsensoren die Steifig-

keit. Diese wird linear extrapoliert und somit die gesuchte Stellgröße der Linearaktoren ermittelt. Die Ansteuerung der einzelnen Achsen erfolgt seriell. Für einen Lastvektor, der Komponenten in X und Y enthält, wird entsprechend zuerst die Steifigkeit in X ermittelt, anschließend wird die X -Komponente auf die Ziellast eingestellt und die Steifigkeit in Y ermittelt. Eine kraftgeführte Regelung der Antriebe anhand des Referenzkraftvektors erfolgt nicht.

Abbildung 3.14 zeigt den Ablauf einer Belastung für einen Zielkraftvektor mit $|\mathbf{F}_t| = 3000 \text{ N}$ unter einem Azimuthwinkel $\varphi = 45^\circ$ und einem Inklinationswinkel $\psi = 45^\circ$. Die Datenpunkte 0 – 380 stellen den Testlauf in F_x dar, Datenpunkte 380 – 760 enthalten den Testlauf in F_y , Datenpunkte 760 – 1250 zeigen den Testlauf in F_z . Die Datenpunkte von 1250 – 1865 zeigen zwei Belastungen mit dem Ziellastvektor.

Durch die Extrapolation der benötigten Stellsignale ist die Präzision des erreichten Lastvektors von den Einstellungen der Testbelastungen abhängig. Für die in Abbildung 3.14 dargestellte Belastung mit einer vorgegebenen Ziellast \mathbf{F}_t mit $|\mathbf{F}_t| = 3000 \text{ N}$ unter $\varphi = \psi = 45^\circ$ wird ein realer Lastvektor \mathbf{F}_e mit $|\mathbf{F}_e| = 3688,87 \text{ N}$ unter $\varphi = 43,3^\circ$ und $\psi = 58,5^\circ$ erreicht. Bei verschiedenen Versuchen mit der Anlage wurden Abweichungen zwischen $|\mathbf{F}_t|$ und $|\mathbf{F}_e|$ von bis zu 30 % festgestellt. Für φ erreichten die Abweichungen bis zu $\pm 5^\circ$, für ψ bis zu $\pm 20^\circ$.

Unter Betrachtung der starken Abweichungen zwischen Zielkraftvektor und erreichtem Kraftvektor, basierend auf der ermittelten Steifigkeit des Gesamtsystems, können die in 3.4.1 beschriebenen Einflüsse des Aufwärmverhaltens auf die zu erreichende Präzision des Ziellastvektors vernachlässigt werden. Auf den Vergleich zwischen Referenzvektor und Signalen des zu kalibrierenden Sensors hat die Abweichung keinen Einfluss, da beide Systeme mit dem gleichen Lastvektor belastet werden und somit eine vergleichbare Ausgabe erzeugen sollten.

Anders verhält es sich, wenn Daten einer Anlage mit reinen Einzelkomponenten, beispielsweise Kraft- oder Drehmomentnormalmessenrichtungen, reproduziert werden sollen. In diesen werden annähernd nur die gewünschten Komponenten erzeugt, sämtliche unerwünschten Komponenten werden entkoppelt oder kompensiert. Dies ist mit der aktuellen Steuerung der Hexapod-Anlage nicht möglich.

Ein weiterer Effekt, der bei der Belastung der Anlage zu beobachten ist, ist ein Kriechen der aufgebrachten Last. Abbildung 3.15 zeigt den Ausschnitt der F_x -Komponente der zweiten Belastung des zuvor beschriebe-

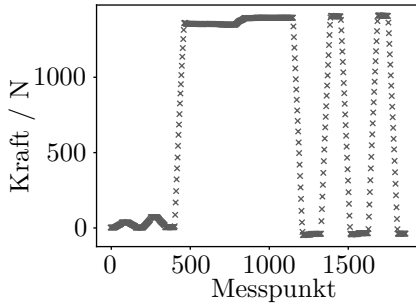
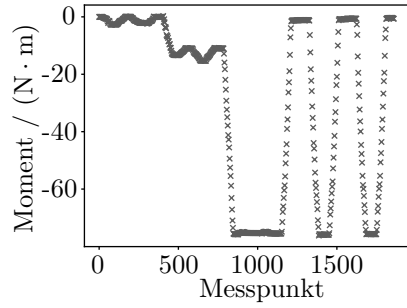
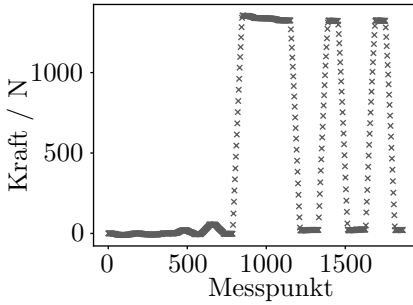
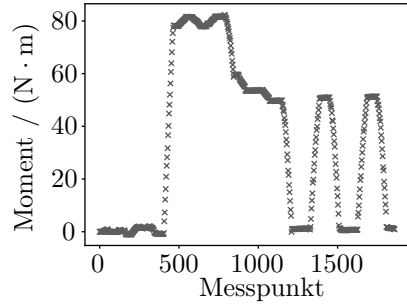
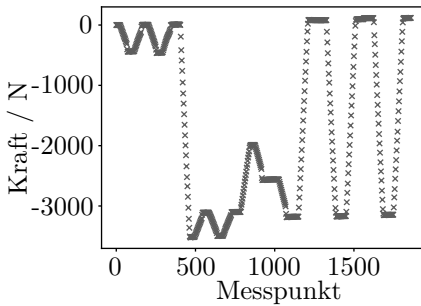
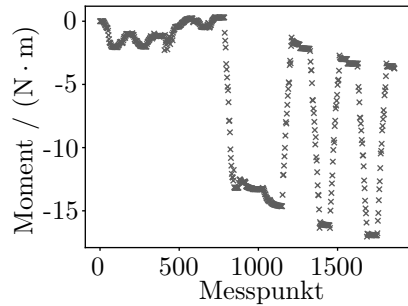
(a) F_x (b) M_x (c) F_y (d) M_y (e) F_z (f) M_z

Abbildung 3.14.: Lastverlauf der einzelnen Vektorkomponenten

nen Lastvektors. Die Last wird für 60s gehalten, pro Sekunde wird ein Messwert aufgenommen. Über den Zeitraum von 60s ist eine Drift von 0,3% zu erkennen. Diese Drift ist gleichermaßen bei den Referenzvektoren und den Messwerten des zu kalibrierenden Sensors zu erkennen und kann somit auf mechanische Setzvorgänge im Antriebshexapod zurückgeführt werden.

3.5. Deformation des zu kalibrierenden Sensors

Bei der Analyse von Kraftsensoren ist auch die Steifigkeit oder Verformung der Sensoren von Interesse. Diese Verformung lässt sich aus der relativen Verschiebung der Antriebsplattform und der oberen Plattform des Messhexapod zueinander berechnen. Prinzipiell kann die relative Verschiebung aus den vorgegebenen Stellwegen der Antriebseinheit und der berechneten Deformation der Messeinheit basierend auf den Kraftsignalen der uniaxialen Kraftsensoren ermittelt werden. Hierbei treten jedoch zwei Schwierigkeiten auf. Zum Einen muss die Deformation des gesamten Maschinenrahmens mit berücksichtigt werden. Wie in Kapitel 3.4.2 ausgeführt ist, kann diese Deformation einen deutlichen Anteil am Stellweg der Antriebseinheit einnehmen. Zum Anderen sind die Parameter des kinematischen Modells der Antriebseinheit nicht hinreichend exakt bekannt um die Ist-Position der Antriebsplattform mit der hierzu benötigten Unsicherheit zu bestimmen. Alternativ kann die Verschiebung direkt über ein optisches Messsystem bestimmt werden. Ein solcher Aufbau und dessen Auswertung wird nachfolgend beschrieben.

3.5.1. Photogrammetrisches System zur Bestimmung der relativen Verschiebung der Plattformen

Zur direkten Beobachtung der relativen Verschiebung zwischen Antriebsplattform und Messplattform wird die Anlage mit einem flächenhaft messenden, photogrammetrischen Messsystem (Kapitel 2.6.2) ausgestattet. Hierzu wird ein Stereokameraverbund an der Antriebsplattform befestigt. Auf der Messplattform wird ein stochastisches Muster angebracht, welches von dem Kamerasystem beobachtet wird (Abbildung 3.16). Um Einflüsse der Hallenbeleuchtung auf die Bildverarbeitung zu reduzieren, wird zusätzlich eine LED-Lichtquelle in den Aufbau integriert. Technische

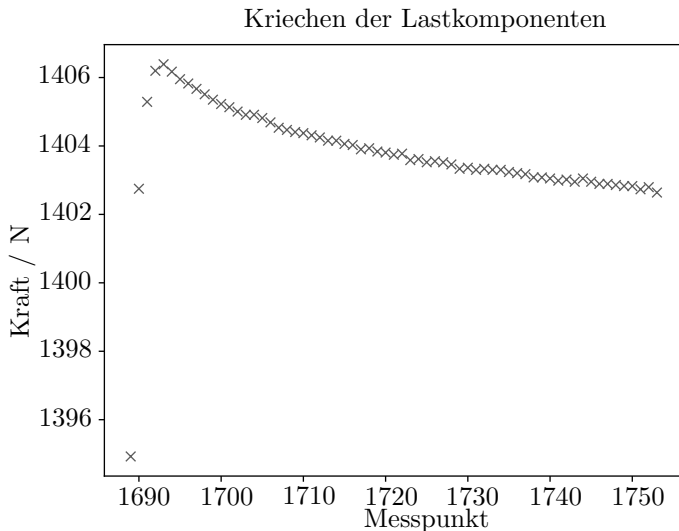


Abbildung 3.15.: Kriechen des Ziellastvektors

Details zum Aufbau sind in Anhang A.5 gelistet. Die Einmessung des Kamerverbundes erfolgt über das Verfahren des Bündelblockausgleiches mit einer eingemessenen Kalibrierplatte (vgl. Kapitel 2.6.3).

Die Bestimmung der relativen Bewegung erfolgt über eine dreidimensionale digitale Bildkorrelation (vgl. Kapitel 2.6.2). Da die Plattform, an der das stochastische Muster angebracht ist, als steif angenommen werden kann, ist eine Deformation der Fläche nicht zu erwarten. Die relative Verschiebung kann somit als Starrkörpertransformation aus den Koordinaten der einzelnen Punkte berechnet werden (vgl. Kapitel 2.4.3).

3.5.2. Experimentelle Bestimmung der Deformation eines Sensors

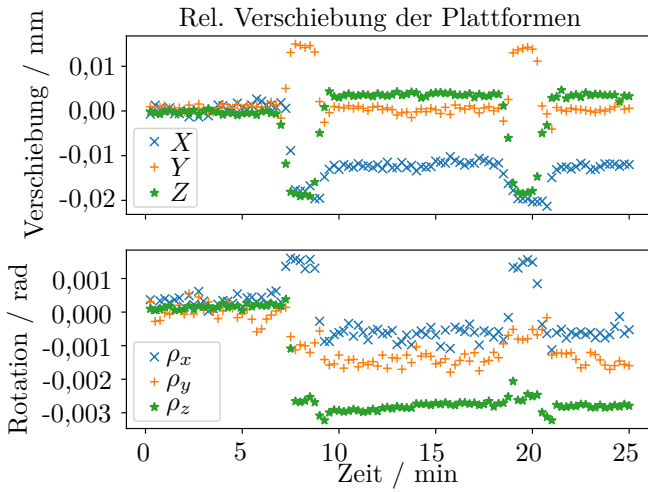
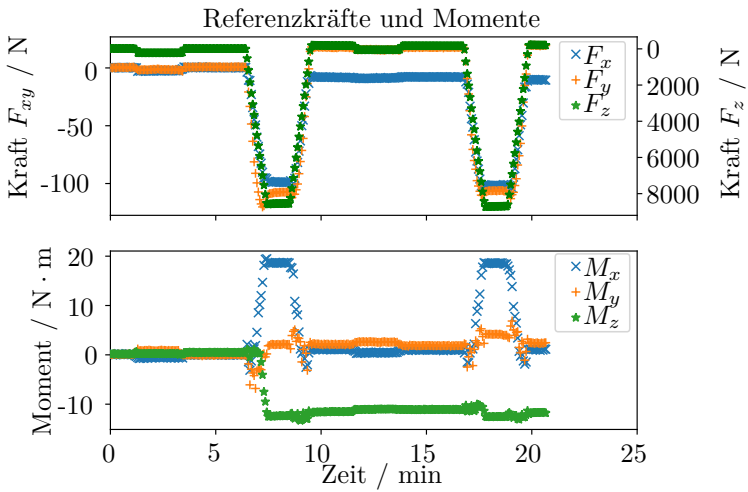
Aus der Berechnung der Starrkörperverschiebung ergeben sich 6 Parameter: 3 Translationswege und 3 Rotationswinkel in einem kartesischen Koordinatensystem. Diese Parameter beziehen sich auf die Verschiebung der unteren Plattform relativ zur oberen Plattform. Abbildung 3.17 zeigt



Abbildung 3.16.: Kamerasystem zur Bestimmung der relativen Posenänderung der Plattformen

die translatorische und rotatorische Verschiebung für einen kommerziell erhältlichen MKS bei $F_z = 10 \text{ kN}$, Abbildung 3.18 stellt die zugehörigen Referenzkräfte und Momente dar. Bei der ersten Belastung bei Minute 7 ist eine Verschiebung von $15 \mu\text{m}$ in X und 3 mrad in ρ_z zu erkennen, welche nach der Belastung bei Minute 9 nicht zurück geht. In den Referenzsignalen ist dieses Verhalten ebenfalls bei F_x und M_z zu erkennen, es ist allerdings für die Kraftkomponente nicht so stark ausgeprägt. Der Effekt kann durch Setzvorgänge in der Befestigung zwischen den Plattformen und den Sensoren oder durch einen Stellfehler in der Anlagensteuerung erklärt werden.

Für die Belastungsrichtung in Z erreicht der Lastvektor \mathbf{F} einen Wert von $|F_z| = 8964 \text{ N}$. Die Verschiebung der Plattformen für diese Laststufe liegt bei $0,0218 \text{ mm}$. Im Datenblatt des Sensorherstellers ist eine Nennverschiebung für F_z von $\leq 0,05 \text{ mm}$ und eine Steifigkeit in Z von $993 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$ angegeben. Erweitert auf die Nennlast des Sensors von 25 kN ergibt sich eine gemessene Verschiebung von $0,0608 \text{ mm}$, die daraus ermittelte Steifigkeit liegt bei $411 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass in dem Aufbau zwischen den beiden beobachteten Plattformen durch mehrere Adaptionselemente 8 Trennfugen vorhanden sind. Diese Trennfugen können bei der beschriebenen Belastung eine zusätzliche Verformung hervorrufen. Zur Überprüfung der Deformation soll-

Abbildung 3.17.: Verschiebung der Plattformen bei $F_z = 10$ kNAbbildung 3.18.: Referenzkräfte und Momente bei $F_z = 10$ kN

ten die Ergebnisse des photogrammetrischen Systems daher, z.B. mit Hilfe eines Laserinterferometers verifiziert werden.

3.6. Ausrichtung der Koordinatensysteme

Zum Vergleich der Messwerte aus der Anlagenreferenz und dem zu kalibrierenden Sensor ist es notwendig, die Koordinatensysteme der Referenz und des Sensors ineinander zu transformieren. Der Ursprung des Referenzkoordinatensystems liegt in der Ebene der oberen Gelenke des Messhexapod und mittig unter der bewegten Plattform (vgl. Kapitel 3.1). Somit existiert keine physisch antastbare Repräsentation des Koordinatensystems. Die verwendeten Einbauteile zur Sensormontage verfügen zudem über keine geeigneten Zentrier- und Ausrichtungskomponenten, weshalb keine Aussage über die Genauigkeit der Ausrichtung des Sensors getroffen werden kann. Das Koordinatensystem eines zu kalibrierenden Sensors wird durch den mechanischen Aufbau vorbestimmt, jedoch durch die Kalibrierung erst endgültig definiert und ist ebenfalls nicht auf eine physisch antastbare Repräsentation des Koordinatensystems angewiesen. Allerdings ist es für den präzisen Einsatz eines Sensors erforderlich, die Lage und Ausrichtung des Koordinatensystems zu kennen und beim Einbau zu berücksichtigen.

Durch die fehlende physische Repräsentation der Koordinatensysteme kann die Transformation nicht in jedem Fall über ein geometrisch messendes System ermittelt werden. Entsprechend soll ein alternatives Verfahren gesucht werden, um die Transformation zu bestimmen.

Der Zusammenhang zwischen Referenzwerten und Sensorwerten kann über folgende Gleichung beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_s \end{bmatrix} = \kappa \begin{bmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{M}_r \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

worin \mathbf{F}_s , \mathbf{M}_s die Kraft- und Momentvektoren des Sensors, \mathbf{F}_r , \mathbf{M}_r die Kraft- und Momentvektoren der Referenz und κ die Koordinatentransformation beschreibt. Im Fall der Hexapod-Anlage sind bei jeder Belastungsstufe in beiden Koordinatensystemen, dem initialen oder Referenzkoordinatensystem \mathbf{K}_{in} und dem transformierten oder Sensorkoordinatensystem \mathbf{K}_{tr} , Messwerte vorhanden. Die Translation des Koordinatensystems hat auf die Kraftkomponenten keinen Einfluss (vgl. Kapitel 2.1). Bei den

Momenten resultiert aus der Verschiebung des Koordinatensystems bei vorhandenen Kräften eine ortsabhängige Momentkomponente welche berücksichtigt werden muss.

Aus der Einbaulage des Sensors und den Dimensionen der zum Einbau notwendigen Adaptionselemente kann eine erste Abschätzung für die Transformationsparameter \mathbf{R} und \mathbf{T} vorgenommen werden. Mit diesen Startwerten kann eine iterative Optimierung der Transformationsparameter κ in der Transformationsgleichung (3.26) durchgeführt werden.

3.6.1. Ausrichtung über iterative Optimierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Verfahren zur Bestimmung der Koordinatentransformation κ basierend auf einem iterativen Algorithmus zur Lösung von Gleichung (3.26) entwickelt und in [86] veröffentlicht. Darin wird die Koordinatentransformation κ aufgeteilt:

$$\kappa = \mathbf{R} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{T}) \quad (3.27)$$

In dieser Gleichung beschreibt \mathbf{E} eine 6×6 Einheitsmatrix und \mathbf{R} die Rotationsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

mit $\mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z$ nach Gleichung (2.19). \mathbf{T} repräsentiert den Einfluss einer Kraftkomponente auf die Momentensignale basierend auf der Koordinatenverschiebung δX , δY und δZ :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_t & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

mit

$$\mathbf{T}_t = \begin{bmatrix} 0 & -\delta Z & \delta Y \\ \delta Z & 0 & -\delta X \\ -\delta Y & \delta X & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Mit der so definierten Koordinatentransformation ergibt sich aus Gleichung (3.26):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_s \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{T}) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{M}_r \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

mit den sechs unbekannten Parametern $\rho_x, \rho_y, \rho_z, \delta X, \delta Y$ und δZ . Bei einer einzelnen Laststufe ergibt sich ein Gleichungssystem mit sechs Gleichungen und sechs unbekannten, allerdings sind die Gleichungen durch die Sinus- und Cosinusterme in \mathbf{R} nicht linear. Das Gleichungssystem wird iterativ mit dem Algorithmus nach Levenberg und Marquardt [84] gelöst. Dieser Algorithmus erlaubt es, mehr Gleichungen als Unbekannte in die Optimierung mit aufzunehmen, wodurch die Optimierung auch für einen gesamten Satz an Messungen durchgeführt werden kann. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass sich je nach Laststufen und Lastrichtungen das Koordinatensystem des Sensors und somit die Koordinatentransformation verändern kann. Eine genauere Untersuchung der Verschiebung des Koordinatensystems des Sensors folgt in Kapitel 3.6.3.

Als Datengrundlage für das beschriebene Verfahren dienen verschiedene Messungen eines kommerziellen Sensors in der Hexapod-Anlage. In der ersten Messreihe wird ein Kraftvektor mit einem Betrag von 3 kN in der X-Y-Ebene in Schritten von 20° um 360° rotiert. Aus der Einbaulage des Sensors ergeben sich die Startwerte für Rotation und Translation zu $\boldsymbol{\rho} = [\pi/4, \pi, 0]^T$ und $\mathbf{T} = [0, 0, -433]^T$. Der beschriebene Algorithmus wird mit dieser Messreihe und den gegebenen Startwerten ausgeführt. Als Ergebnis werden die Werte $\boldsymbol{\rho} = [0, 800, 3, 145, -0,002]^T$ und $\mathbf{T} = [0, 682, -0,082, -434, 044]^T$ berechnet. Weitere Messungen wurden unter geänderter Rotation und Translation mit $\boldsymbol{\rho} = [0, 0, \pi]^T$ und $\mathbf{T} = [0, 0, -437]^T$ durchgeführt.

3.6.2. Messunsicherheit des transformierten Koordinatensystems

Die Eingangsparameter für die iterative Optimierung zur Bestimmung der Koordinatentransformation sind mit Unsicherheiten behaftet. Entsprechend muss auch die Unsicherheit der ermittelten Koordinatentransformation und der daraus resultierenden transformierten Referenzwerte untersucht werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine entsprechende Untersuchung durchgeführt und in [87] veröffentlicht.

Grundlage der Untersuchung bildet die iterative Optimierung der Gleichung (3.31). Diese wird umgestellt zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_s \end{bmatrix} - \mathbf{R} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{T}) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{M}_r \end{bmatrix} = 0 \quad (3.32)$$

und \mathbf{R} und \mathbf{T} werden bestimmt. Bei einer iterativen Optimierung eines Gleichungssystems lässt sich die Unsicherheit nicht analytisch bestimmen. Daher wird für die Untersuchung die MCM verwendet.

Es wird angenommen, dass die Referenzvektoren \mathbf{F}_r und \mathbf{M}_r durch eine normalverteilte PDF mit einer relativen erweiterten Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-4}$ ($k = 2$) (vgl. Kapitel 3.3.4) beschrieben werden können. Die Sensorwerte \mathbf{F}_s und \mathbf{M}_s werden als nicht unsicherheitsbehaftet angenommen.

Für die Berechnung mittels MCM werden entsprechend die Referenzwerte mit normalverteilten Zufallszahlen mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1 \cdot 10^{-4}$ über $n = 10000$ Wiederholungen verrauscht. Anschließend werden die Parameter der Koordinatentransformation berechnet und ausgewertet. Daraus ergeben sich die Parameter zu

$$\mathbf{T} = \left(\begin{bmatrix} 0,680 \\ -0,082 \\ -434,0 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 5,5 \cdot 10^{-3} \\ 5,4 \cdot 10^{-3} \\ 1,48 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \right) \text{ mm } (k = 1) \quad (3.33)$$

und

$$\boldsymbol{\rho} = \left(\begin{bmatrix} 0,79973 \\ 3,14153 \\ -1,72 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 1,31 \cdot 10^{-5} \\ 1,15 \cdot 10^{-5} \\ 1,25 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \right) \text{ rad } (k = 1). \quad (3.34)$$

3.6.3. Verschiebung des Sensorkoordinatensystems

Die Signalerzeugung im MKS basiert typischerweise auf der Verformung eines Festkörpers (vgl. Kapitel 2.1.2). Entsprechend ist eine Verformung des Sensors prinzipbedingt notwendig, auch wenn diese Verformung verhältnismäßig gering ausfällt. Diese Verformung hat einen Einfluss auf die Position des Koordinatensystems des Sensors, auf den sich die Sensorwerte beziehen. Die Höhe des Einflusses ist abhängig von der Position des Koordinatensystems innerhalb der Sensorgeometrie.

In der Regel ist das Koordinatensystem bei rotationssymmetrischen Sensoren in der Rotationsachse und mittig zwischen den Enden der Anschlusselemente definiert. Somit liegt das Koordinatensystem im Bereich des Verformungskörpers und wird sich bei einer Deformation unter Last verschieben. Ist das Koordinatensystem an einer der Anschlussseiten definiert, wird sich zu dieser Seite hin keine Verschiebung einstellen. Zur anderen Seite des Sensors wird die Verschiebung entsprechend größer ausfallen.

Um den Einfluss der Verschiebung zu ermitteln, wird die Bestimmung der Koordinatentransformation aus Kapitel 3.6.1 angepasst. An Stelle einer einzelnen Optimierung der Koordinatentransformation über die gesamte Messreihe von 360° in der X - Y -Ebene werden jeweils nur fünf angrenzende Messungen (z.B. 40° bis 120°) für die Bestimmung der Koordinatentransformation verwendet. Abbildung 3.19 stellt die einzelnen Parameter der Koordinatentransformation in Abhängigkeit des ersten Winkels der verwendeten Lastvektoren dar. Für alle Parameter ist ein sinusförmiger Verlauf zu erkennen, wobei die Parameter δZ und ρ_x eine doppelte Frequenz aufweisen. Die Amplituden liegen bei 0,3 mm für die Translationsparameter und bis zu 4 mrad für die rotatorischen Parameter.

3.7. Statische Kalibrierung im Hexapod

Ziel der Kalibrierung eines MKS ist die Identifizierung einer Funktion, mit welcher die Sensorsignale \mathbf{U}_F und \mathbf{U}_M der einzelnen Kanäle in Kraft- und Momentwerte der entsprechenden Achsen umgerechnet werden können. Im einfachen Fall wird ein linearer Zusammenhang angenommen, so dass eine 6×6 Kalibriermatrix \mathbf{S} ausreicht um diesen Zusammenhang zu beschreiben:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_s \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_F \\ \mathbf{U}_M \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Die Bestimmung der Kalibriermatrix erfolgt über einen Vergleich zwischen Sensorsignalen und Referenzvektoren der Kalibriereinrichtung. Dabei sollen die mittels Kalibriermatrix berechneten Kraft- und Momentkomponenten des Sensors bestmöglich den Referenzwerten entsprechen. Dabei muss die Ausrichtung der Koordinatensysteme mit berücksichtigt werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{M}_s \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_F \\ \mathbf{U}_M \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{R} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{T}) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{M}_r \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Zur Bestimmung der Koordinatentransformation κ wurde im vorigen Kapitel die Kalibriermatrix \mathbf{S} als bekannt vorausgesetzt. Diese Annahme trifft in der Regel nicht zu, sodass in Gleichung (3.36) zusätzlich zu den 36 Unbekannten der Kalibriermatrix \mathbf{S} auch die Transformationskoordinaten unbekannt sind. Diese 42 Parameter sind nicht unabhängig und können in der Form nicht gelöst werden.

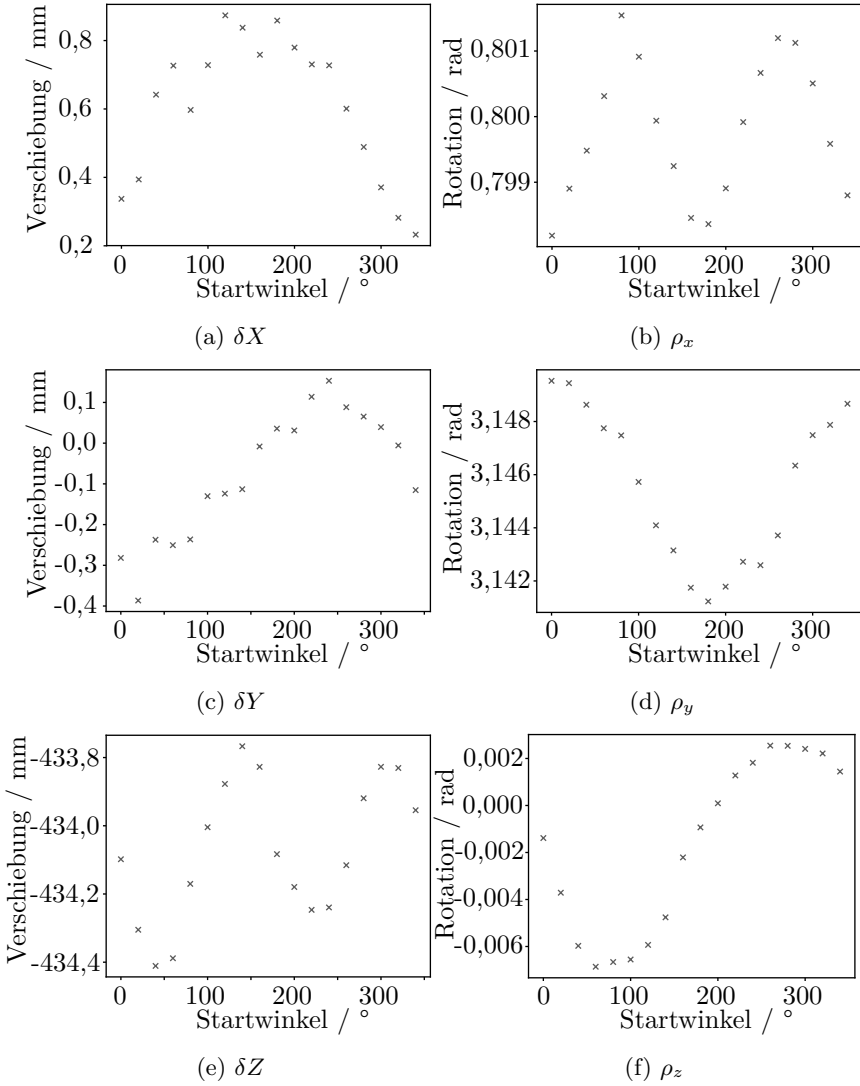


Abbildung 3.19.: Koordinatentransformation in Abhängigkeit der Last-
richtung

Wird der Sensor in einer veränderten Einbaulage montiert, können zusätzliche Gleichungen aufgestellt werden. Durch die neue Einbaulage wird ein zusätzlicher Satz an Transformationskoordinaten benötigt, jedoch bleibt die Kalibriermatrix identisch:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{s2} \\ \mathbf{M}_{s2} \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{F2} \\ \mathbf{U}_{M2} \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \mathbf{R}_2 \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{T}_2) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{r2} \\ \mathbf{M}_{r2} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Aus den zwei Messreihen mit je mindestens sechs möglichst unabhängigen Belastungsfällen kann ein überbestimmtes Gleichungssystem mit 48 Unbekannten aufgestellt werden. Dieses Gleichungssystem lässt sich über eine iterative Optimierung lösen.

Das vorgestellte Verfahren wird an einem kommerziell erhältlichen MKS geprüft. Als Messwerte werden die in Kapitel 3.6.1 beschriebenen Messreihen verwendet. Der iterative Algorithmus konvergiert zu plausiblen Werten für die Koordinatentransformationen. Die resultierende Kalibriermatrix wird mit der vom Hersteller gelieferten Matrix \mathbf{S}_H verglichen. Die prozentualen Abweichungen zwischen Herstellerangaben und Ergebnissen der Kalibrierung sind nachfolgend gelistet:

$$\left(\frac{\mathbf{S}_{cal}}{\mathbf{S}_H} - 1 \right) \cdot 100 \% = \begin{bmatrix} 0,64 & 51,82 & -36,03 & -8,52 & -1472,91 & 409,70 \\ -883,94 & -0,10 & -40,29 & 71,46 & 123,51 & -320,76 \\ 5,70 & 7,56 & 0,33 & -1,83 & 12,26 & 7,74 \\ 817,92 & -3131,69 & 6357,65 & -1,57 & 3542,73 & 28,59 \\ 10321,67 & 2521,80 & -7146,84 & 3598,41 & -12,53 & 174,73 \\ 195,28 & 115,84 & 6828,55 & 300,13 & -488,68 & -0,18 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Es ist zu erkennen, dass die Abweichungen in der Hauptdiagonalen, mit Ausnahme der M_x - und M_y -Komponente, unter 1 % liegen. Die restlichen Werte weichen jedoch deutlich voneinander ab. Für diese Abweichungen gibt es zwei mögliche Erklärungen.

Der Hersteller berechnet die Kalibriermatrix aus reinen uniaxialen Belastungsfällen. Dabei werden Lasten annähernd ausschließlich in den einzelnen Sensorachsen aufgebracht und die Signale des Sensors ausgewertet. Bei der Kalibrierung in der Referenzmesseinrichtung sind beliebige Lastkombinationen zum Einsatz gekommen. Dabei kann das Übersprechverhalten deutlich vom uniaxialen Lastfall abweichen.

Zudem bezieht sich die Kalibriermatrix des Herstellers auf ein geometrisch vordefiniertes Koordinatensystem mittig im Sensor. Das Koordinatensystem, das über das iterative Optimierungsverfahren identifiziert wird, beschreibt das bestmögliche Koordinatensystem basierend auf den Sensorsignalen. Diese beiden Koordinatensysteme können voneinander abweichen und somit zu Abweichungen in der Kalibriermatrix führen.

Um den Einfluss der beiden identifizierten Fehlerquellen genauer zu verstehen, sind weitere Untersuchungen notwendig.

Auch wenn das hier beschriebene Verfahren zur Identifizierung der Koordinatentransformation und zur Bestimmung der Kalibriermatrix plausible Ergebnisse erzeugt, muss die Anwendbarkeit hinterfragt werden. Das Koordinatensystem des Sensors als Ergebnis des Verfahrens, auf welches sich die Kalibriermatrix bezieht, hat keine Referenz zu der Geometrie des Sensors. In einem beliebigen Einsatzszenario kann daher eine Ausrichtung des Sensors nicht mit der nötigen Genauigkeit vorgenommen werden. Daher scheint es sinnvoller, die gewünschte Koordinatentransformation vorzugeben auf die sich die Kalibrierung beziehen soll.

3.8. Empfehlungen zur Optimierung der Hexapod-Anlage

Im Rahmen der an der Hexapod-Anlage durchgeführten Untersuchungen zeigten sich verschiedene Bereiche, die Optimierungspotential bieten. Dabei handelt es sich um mögliche Überarbeitungen zur weiteren Analyse und Reduzierung der Messunsicherheit, Verbesserung der Bedienbarkeit und Vereinfachungen für den Kalibrierablauf.

Bei der Untersuchung der Messunsicherheit der Referenzvektoren konnte gezeigt werden, dass der Kraftsensor in Bein 2, je nach Lastfall, einen signifikanten Einfluss auf die Messunsicherheit hat. Als problematisch erwies sich hierbei speziell eine Zugbelastung zwischen 0 kN und 4 kN auf diesem Sensor. Um nicht für jeden Lastfall die Messunsicherheit einzeln bestimmen zu müssen sondern eine allgemeingültige Angabe machen zu können, sollte der Sensor in Bein 2 überarbeitet werden. Durch einen Austausch des betroffenen Sensors, eine erneute Kalibrierung oder eine weiterführende Untersuchung zu den Ursachen kann dieser Einfluss reduziert werden.

Die uniaxialen Kraftsensoren in allen sechs Beinen haben je einen Messbereich von 25 kN und sind teilbereichskalibriert bis 12 kN. Die Kalibrierungen sind getrennt für Zug- und Druckbelastung durchgeführt. Somit steht keine Information über das Verhalten der Sensoren bei Wechsellast zur Verfügung. Im realen Anwendungsfall ist eine Wechselbelastung jedoch zu erwarten und sollte mit berücksichtigt werden. Hierzu müssten die Sensoren nach einer entsprechenden Vorschrift neu kalibriert werden.

Aus der MUB in Tabelle 3.5 geht hervor, dass die Unsicherheit der Kraftsensoren im Lastfall mit geringer Unsicherheit zu über 90 % zur Gesamtunsicherheit beitragen. Somit ergibt sich für die weitere Reduzierung der Unsicherheit des Referenzvektors die Empfehlung, die Unsicherheiten der einzelnen Sensoren weiter zu reduzieren. Dies stellt sich jedoch als schwierig heraus, da die Sensoren bereits eine hohe Qualität haben.

Sämtliche Empfehlungen zur weiteren Analyse und Reduzierung der Unsicherheit sind mit einem Austausch oder einer Rekalibrierung der verbauten uniaxialen Sensoren verbunden. Durch die Konstruktion der Anlage muss hierzu die gesamte Messeinheit demontiert werden, was sich als sehr aufwändig darstellt. Zusätzlich muss nach der erneuten Montage die Geometrie des Aufbaus erneut erfasst werden, was ebenfalls sehr aufwändig ist.

Die Ansteuerung der Anlage erfolgt aktuell über eine Wegregelung der Antriebsseite. Die Steifigkeit des Aufbaus mit montiertem Sensor wird über Testläufe mit geringem Verfahrensweg analysiert und auf die nötigen Antriebslängen bei Ziellast extrapoliert. Durch Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Steifigkeit ergeben sich hohe Abweichungen zwischen dem Ziellastvektor und dem erreichten Lastvektor. Bei der Bestimmung der Kalibrierparameter hat diese Abweichung grundsätzlich keinen Einfluss, da der erreichte Lastvektor gleichermaßen auf den zu kalibrierenden Sensor und die Referenz wirkt. Allerdings wird eine gezielte Untersuchung von Signalübersprechen durch die hohe Abweichung vom Ziellastvektor erschwert. Bei Wiederholungsmessungen führt die Abweichung zudem zu erhöhtem Aufwand bei der Auswertung der Daten. Die Implementierung einer Kraftregelung kann diesen Aufwand deutlich reduzieren.

Aktuell existieren keine Richtlinien oder Normen zur Kalibrierung von MKS. Möchte man sich bei einer Kalibrierung an existierenden Normen für uniaxiale Sensoren orientieren, sind einzelne Laststufen in den zu untersuchenden Achsen mit möglichst geringen Nebenlasten erforderlich. Solche Laststufen sind mit der aktuellen Steuerung nicht reproduzierbar

zu erzeugen. Eine Kraftregelung kann Kalibrierungen in Anlehnung an entsprechende Richtlinien ermöglichen.

Die Transformation zwischen Referenz- und Sensorkoordinatensystem stellt nach aktuellem Stand eine große Herausforderung dar. Die verbauten Adaptionselemente zur Sensormontage verfügen über keine ausreichend genauen Zentrier- und Ausrichtungsmerkmale um die Koordinatentransformation hinreichend genau zu beschreiben. Das entwickelte Verfahren zur Identifizierung mittels iterativer Optimierung aus Sensor- und Referenzsignalen zeigt grundsätzlich plausible Ergebnisse, allerdings hat das resultierende Sensorkoordinatensystem keinen Zusammenhang zum äußeren Aufbau des Sensors. Die aktuelle Position und Orientierung des Referenzkoordinatensystems ist in der aktuellen Form nicht geeignet, mit einem vorhandenen mobilen Koordinatenmessarm angetastet zu werden.

Um den Einsatz des Koordinatenmessarms zu ermöglichen, kann an der Messplattform eine antastbare Koordinatenrepräsentation angebracht werden. Hierzu bieten sich vorhandene Hilfsbohrungen mit Innengewinde zur Montage der Platte an. Ein geeignetes Koordinatensystem, z.B. in Form eines Tetraeders mit Kugelpunkten, kann an einer solchen Bohrung montiert werden. Das Koordinatensystem kann mit dem bereits zur Bestimmung der Gelenkpositionen verwendeten optischen Messsystem digitalisiert und in das physikalische Modell integriert werden. Somit ließe sich eine Transformation zwischen dem Referenzkoordinatensystem und dem Hilfskoordinatensystem herstellen. Mit dem Koordinatenmessarm kann dann das Hilfskoordinatensystem und die Position und Ausrichtung des zu kalibrierenden Sensors eingemessen werden. Daraus lässt sich eine weitere Koordinatentransformation berechnen, welche dann den Zusammenhang zwischen Referenzkoordinaten und Sensorkoordinaten herstellt. Mit dieser Transformation kann die Kalibrierung auf äußere Merkmale des Sensors bezogen werden, was für den späteren Einsatz vorteilhaft ist.

4. Dynamische Referenzmesseinrichtung - Schwingerreger

Zur Untersuchung von Kraftsensoren unter dynamischer, periodischer Anregung werden an der PTB elektrodynamische Schwingerreger eingesetzt [88]. Die Leistung des eingesetzten Schwingerregers muss entsprechend des Lastbereiches des zu kalibrierenden Sensors gewählt werden. Bei dem im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Schwingerreger handelt es sich um ein Gerät der Firma *Brüel & Kjær*, Modell *LDS V830* [89]. Das System kann sinusförmige Anregungen bis zu 2 kHz bei Kräften bis zu 10 kN erzeugen. Sensoren und Lastmassen werden über entsprechende Adaptionselemente auf dem Schwingerreger befestigt.

Zur Berechnung der auf den Sensor wirkenden Kraft muss die Beschleunigung der an den Sensor angeschlossenen Lastmasse bestimmt werden. Im vorhandenen Aufbau wird diese Messung über mechanische Beschleunigungssensoren oder über ein scannendes Laservibrometer realisiert. Das Laservibrometer kann dabei die Beschleunigung in Richtung des Laserstrahls an verschiedenen Positionen der Lastmasse ermitteln. Mechanische Beschleunigungssensoren können an der montierten Position Beschleunigungen in ein bis drei Achsen messen. Sie beeinflussen jedoch durch die eigene Masse und die Anschlusskabel die dynamischen Eigenschaften des Aufbaus.

Für eine vollständige Bestimmung der Referenzkräfte und -momente bei der Kalibrierung von MKS ist es notwendig, die Beschleunigungen in allen sechs Freiheitsgraden zu ermitteln. Diese Anforderung soll über ein photogrammetrisches Messsystem gelöst werden. Um die Eignung für den Einsatz bei einer solchen dynamischen Messung zu bewerten, werden zunächst die Schwachstellen kamerabasierter Messsysteme wie geringe Abtastrate und hohe Integrationszeit analysiert. Anschließend wird das

Messsystem entworfen und in den vorhandenen Aufbau integriert.

Eine weitere Herausforderung stellt die Anregung möglichst uniaxialer Kraft- und Momentkomponenten dar. Im Rahmen der Untersuchung hierzu werden spezielle Lastmassen und Adaptionselemente entworfen und analysiert.

Um den zu untersuchenden MKS charakterisieren zu können ist es notwendig, ein physikalisches Modell des Sensors zu erstellen. Das Modell soll die Eigenschaften des Sensors möglichst einfach abbilden, sodass die einzelnen Modellparameter mit geringem Aufwand ermittelt werden können. Die Identifikation der Parameter erfolgt anhand von Versuchen auf dem Schwingerreger mit den entworfenen Adaptionen und Massen.

4.1. Analyse und Optimierung optischer Messtechnik für dynamische Messungen

Photogrammetrische Messsysteme mit Stereo-Aufbau sind in der Lage, flächenhafte Verschiebungen im Raum zu erfassen. Unter der Annahme, dass die beobachtete Fläche hinreichend steif ist, kann aus der Verschiebung eine Starrkörpertransformation mit sechs Freiheitsgraden berechnet werden. Die Grenzen liegen dabei bei der Bildrate der verwendeten Kameras und der nötigen Belichtungszeit bzw. Beleuchtungsstärke zur Bilderzeugung. Für dynamische Anwendungen werden in der Regel Hochgeschwindigkeitskameras verwendet, welche jedoch sehr kostenintensiv sind. Des Weiteren verfügen sie über geringere Auflösungen und benötigen eine sehr intensive Beleuchtung um bei kurzen Belichtungszeiten ausreichend ausgeleuchtete Bilder erzeugen zu können.

Um die Möglichkeit des Einsatzes konventioneller Industriekameras bei der dynamischen Kalibrierung von MKS zu prüfen, werden im Folgenden die beiden Nachteile, geringe Bildrate und lange Belichtungszeiten untersucht.

4.1.1. Reproduktion stark unterabgetasteter Signale

Im untersuchten Anwendungsfall der dynamischen Kalibrierung von MKS bei periodischer Anregung soll die Beschleunigung der an dem zu kalibrierenden Sensor befestigten Lastmasse bestimmt werden. Um den vollständigen Kraft- und Momentvektor zu berechnen, werden drei translatorische

und drei rotatorische Beschleunigungen benötigt. Die Beschleunigungen können über die zweite Ableitung nach der Zeit aus den vom photogrammetrischen Messsystem ermittelten Verschiebungen berechnet werden. Bei der Kalibrierung sollen Anregungsfrequenzen bis zu 1000 Hz eingesetzt werden.

Zur Messung der Verschiebungen sollen aus Kostengründen und wegen der höheren Auflösung und geringeren Beleuchtungsanforderungen konventionelle Industriekameras eingesetzt werden. Diese verfügen in der Regel über Bildraten bis maximal 200 Bildern pro Sekunde, je nach Auflösung. Entsprechend ist es nicht möglich, mit solchen Kameras periodische Schwingungen mit Frequenzen größer 100 Hz unter Einhaltung des Abtasttheorems nach Shannon [65] zu erfassen.

Um die Bewegung trotz der starken Unterabtastung rekonstruieren zu können, werden zwei Annahmen der periodischen Schwingung herangezogen. Zum einen wird die Schwingung als zeitlich unveränderlich bezüglich Amplitude und Frequenz angenommen. Dies erlaubt eine Messung über einen langen Zeitraum. Zum anderen wird die Anregungsfrequenz als bekannt und mit der Reaktionsfrequenz des Systems identisch vorausgesetzt. Aus diesen beiden Annahmen ergeben sich zwei mögliche Auswerteverfahren: eine Analyse im Frequenzraum bei zwei oder mehr Messungen mit leicht unterschiedlicher Abtastfrequenz sowie eine Analyse im Zeitraum mittels Fitting von Sinus-Funktionen bei bekannter Anregungsfrequenz. Im Rahmen dieser Arbeit und einer studentischen Arbeit am Institut für Produktionsmesstechnik (IPROM) wurden beide Verfahren untersucht [49, 90].

Analyse im Frequenzraum

Zur Analyse von periodischen Schwingungen ist die Untersuchung im Frequenzraum ein bewährtes Hilfsmittel (vgl. Kapitel 2.4.4). Die Messwerte im Zeitraum werden mittels DFT [64] in den Frequenzraum transformiert. Dabei ergibt sich im Frequenzraum ein periodisches Spektralbild mit der Periode der Abtastfrequenz [91]. Der eindeutige Bereich der gesuchten Funktion wird aus dem Frequenzraum über einen Tiefpassfilter mit der Grenzfrequenz f_G isoliert, wobei diese Grenzfrequenz der halben Abtastfrequenz, und somit dem Abtasttheorem, entspricht. Bei einer Unterabtastung ist das Frequenzband des abzutastenden Signals breiter als die Periode im Frequenzbereich, wodurch Signale einer Periode P_1 fälsch-

licherweise als Signale der Periode P_0 interpretiert werden (Abbildung 4.1).

Durch mehrere Messreihen mit minimal veränderter Abtastfrequenz wird nun die Periodizität im Frequenzbereich variiert. Im Bereich der Grenzfrequenz sind somit zwei deutlich voneinander zu unterscheidende Frequenzen zu erkennen, welche jedoch beide zur gleichen Anregungsfrequenz gehören. Werden die Frequenzen periodisch mit der Abtastfrequenz erweitert, ergibt sich eine Änderung der Abstände der identifizierten Frequenzen bis sie sich bei der eigentlichen Anregungsfrequenz überlagern (Abbildung 4.2). Somit kann bei geeigneter Wahl der Abtastfrequenzen das ursprüngliche Spektrum identifiziert werden. Dies setzt voraus, dass die Auflösung im Frequenzraum eine präzise Ermittlung der vorhandenen (Anregungs-)Frequenz erlaubt. Des Weiteren ist eine genaue Einstellung der Abtastfrequenz notwendig, um die nötige Verschiebung im Frequenzraum zu erzeugen.

Bei der Auswahl der Abtastfrequenz und der Anzahl der Messpunkte muss der Leck- oder Leakage-Effekt der DFT zwingend berücksichtigt werden (vgl. Kapitel 2.4.4, [64]). Wird die Anzahl der Messpunkte nicht so gewählt, dass ein ganzzahliges Vielfaches der Schwingungsperiode abgetastet wird, wird eine Abweichung der ermittelten Frequenzen und Amplituden auftreten. Sinnvoll ist daher beispielsweise die Wahl der Abtastfrequenz so, dass bei gleicher Anzahl von Messpunkten zwei um 1 verschiedene Anzahlen von Perioden abgetastet werden. Dies setzt jedoch zwingend voraus, dass die Periodendauer, und somit die Frequenz des angeregten Signals, vorher bekannt ist. Bei der Überlagerung mehrerer Signale ist es entsprechend notwendig, für jedes Signal ein eigenes Paar von Messungen durchzuführen. Im Falle der dynamischen Kalibrierung von MKS ist das nötige a priori Wissen der Anregungsfrequenz durch die Ansteuerung des Schwingerregers (vgl. Kapitel 4.2.3) gegeben.

Analyse im Zeitraum

Als Alternative zur Analyse im Frequenzraum bietet sich eine Analyse im Zeitraum durch Fitting einer Sinus-Funktion mittels LSM an [78]. Da die Anregungsfrequenz des Systems an der Steuereinheit eingestellt und zusätzlich durch die Beschleunigungsmessung mittels Laservibrometer (vgl. Kapitel 4.2.3) überprüft werden kann, sind die Startparameter hierzu hinreichend genau bekannt. Der Vorteil dieser Methode liegt dar-

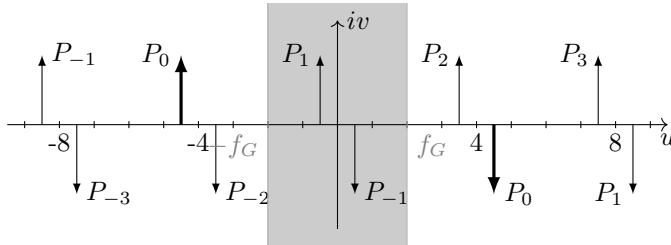


Abbildung 4.1.: Spektralbereich eines unterabgetasteten Signals nach [91]. Grundfrequenz des Ursprungssignals: 4, 5 (P_0). Abtastfrequenz: 4. Die Frequenzen des Ursprungssignals P_0 ($-4, 5; 4, 5$) liegen außerhalb des Tiefpassfilters (f_G , grau hinterlegt). Die identifizierten Frequenzen innerhalb des Filters $\pm P_1$ ($-0, 5; 0, 5$) resultieren aus der Verschiebung der Frequenzgänge um die Periodizität des Abtastsignals.

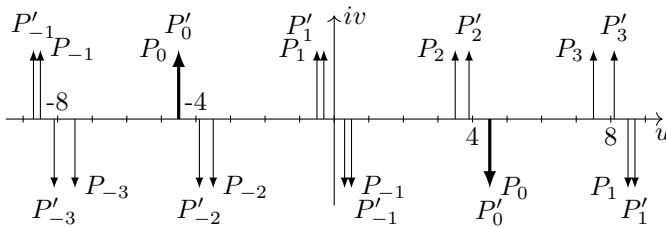


Abbildung 4.2.: Spektralbereich zweier unterabgetasteter, überlagerter Signale. Grundfrequenz des Ursprungssignals: 4, 5 (P_0). Abtastfrequenz 1: 4, Abtastfrequenz 2: 4, 2. Die Frequenzen P und P' weichen mit zunehmendem Abstand von der Grundfrequenz des Ursprungssignals zunehmend ab.

in, dass lediglich eine Messung mit einer vorgegebenen Abtastfrequenz benötigt wird, und die Abstimmung von Abtastfrequenz und Messpunkten mit der Anregungsfrequenz weniger kritisch ist, als bei der Analyse mittels DFT.

Die benötigte Sinus-Funktion der Auslenkung x für den Fitting-Algorithmus wird definiert als:

$$x(t) = \sum_i (\hat{x}_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot t + \phi_i)) + o \quad (4.1)$$

mit f_i als Frequenzen, \hat{x}_i als Amplituden und ϕ_i als Phasen der einzelnen Sinus-Komponenten und o als Abweichung des Mittelwerts (Offset). Es kann ein linearer Algorithmus zur Bestimmung der Parameter \hat{x}_i , ϕ_i und o bei bekannten f_i oder ein nichtlinearer Algorithmus zur zusätzlichen Bestimmung von f_i eingesetzt werden. Die resultierende Funktion $x(t)$ beschreibt nun die Verschiebung der Lastmasse in Abhängigkeit der Zeit.

4.1.2. Untersuchung zum Einfluss der Bewegungsunschärfe auf digitale Bildkorrelation

Bei der Aufnahme von bewegten Objekten können lange Belichtungszeiten zu Bewegungsunschärfe führen [92]. Der Einfluss der Bewegungsunschärfe auf Algorithmen der DIC (Kapitel 2.6.2 [72]) wurde im Rahmen einer studentischen Arbeit am IPROM untersucht [93, 94]. Die Untersuchung erfolgte an synthetisch verunscharften Referenzmustern.

Zur Erzeugung der synthetischen Unschärfe werden digitale Referenzbilder mit einem Filterkern gefaltet [95]. Bei der Faltung wird für jedes Pixel des resultierenden Bildes ein Wert berechnet, welcher sich aus einem Gewichtungsfaktor des Kerns und den Werten der umliegenden Pixel ergibt. Der Kern kann prinzipiell für eine beliebige Länge und Richtung der Unschärfe erzeugt werden. Allerdings kann das diskrete Pixelraster bei Bewegungen, welche nicht entlang des Pixelrasters ausgerichtet sind, zu Interpolationsfehlern führen. Bei Unschärfen, welche eine gerade Anzahl von Pixeln als Länge darstellen sollen, kann es zu Fehlern kommen, wenn der Kern nur auf ganzzahlige Pixel zugreift und somit eine unsymmetrische Verteilung von Nachbarpixeln in die Berechnung einbezieht.

Für die Untersuchung werden horizontale Unschärfen mit 1 bis 60 Pixel Länge erzeugt. Die künstlich verunscharften Bilder werden mit dem scharfen Original des Referenzmusters korreliert. Da bei der Faltung des

Referenzmusters mit dem Filterkern keine Verschiebung auftritt, kann eine von dem Korrelationsalgorithmus ermittelte Verschiebung direkt als Ergebnis der Unschärfe gewertet werden.

Die Auswertung erfolgt bei Facetten von 101×101 Pixel Größe, wobei jeweils ein Rand von 50 Pixel der Bilder für die Berechnung nicht berücksichtigt wird. Für jede einzelne Facette wird die resultierende Verschiebung ermittelt. Die maximalen und minimalen Verschiebungen einzelner Facetten sowie die mittlere Verschiebung über alle Facetten ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass bis zu einer Unschärfe von 25 Pixel die maximale, minimale und mittlere Verschiebung sehr gering ist. Lediglich bei einer geraden Anzahl von Pixeln ist ein Anstieg auf maximal 0,5 Pixel bei 2 Pixel Unschärfe zu erkennen. Diese Verschiebung ist mit der bereits erwähnten Asymmetrie bei der Verwendung eines Filterkerns mit gerader Anzahl von Pixeln zu erklären. Ab einer Unschärfe von 25 Pixeln nimmt die ermittelte maximale und mittlere Verschiebung deutlich zu. Die Grenze von 25 Pixeln entspricht gerade 25 % der Facettengröße. Dies bedeutet, dass an den Rändern der Facette bis zu 12,5 % der benachbarten Facette in den betrachteten Pixel mit eingerechnet werden.

4.1.3. Einfluss der Belichtungsdauer auf die Abtastung sinusförmiger Schwingungen

Einen weiteren Einfluss auf die Auswertung einer sinusförmigen Bewegung unabhängig von der Unschärfe hat die Filterwirkung der Belichtungszeit t_a . In Abbildung 4.4 ist dieser Effekt für eine Belichtungsdauer von einem Viertel der Periodendauer t_p der Schwingung dargestellt. Liegt die Belichtung symmetrisch zum Nulldurchgang ergibt sich aus der Mittelung keine Abweichung, wie im linken Bereich von Abbildung 4.4 zu sehen ist. Die maximale Abweichung ergibt sich bei einer Belichtung symmetrisch zum Maximum oder Minimum der Schwingung (Abbildung 4.4 rechts). Der Effekt dieser Filterung ist abhängig vom Verhältnis zwischen Belichtungszeit und Periodendauer und erreicht sein Maximum bei

$$\frac{t_a}{t_p} \in \mathbb{N}. \quad (4.2)$$

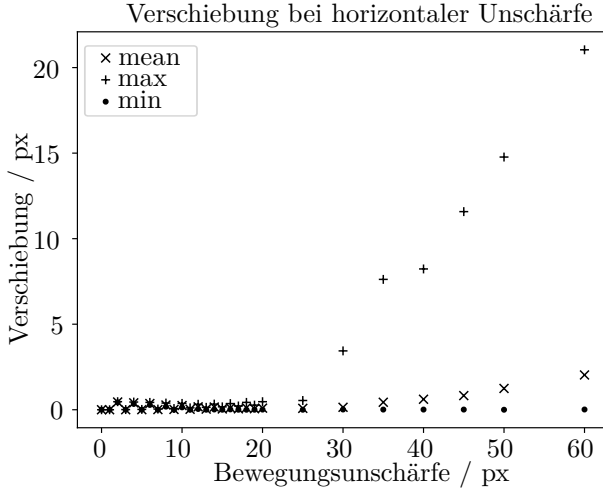


Abbildung 4.3.: Ermittelte Verschiebung bei horizontal ausgerichteter Unschärfe

Für diesen Fall ergibt sich aus der Mittelung über ein ganzzahliges Vielfaches der Periode jeweils der Mittelwert Null beziehungsweise 0 bei vorhandenem Offset der Schwingung.

Da sowohl die Belichtungszeit als auch die Periodendauer über die eingestellte Frequenz der Schwingung bekannt ist, kann dieser Fehler korrigiert werden. Hierzu ist es notwendig, einen Korrekturfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses t_a/t_p zu bestimmen. Da für die Auswertung zunächst lediglich die Amplitude der Schwingung von Interesse ist, wird die Abweichung zwischen gefilterter und tatsächlicher Amplitude simuliert. Dazu wird, symmetrisch zum Maximum einer Schwingung, das arithmetische Mittel der Auslenkung \bar{x} für

$$\frac{t_a}{t_p} \in]0, 7] \quad (4.3)$$

berechnet und durch die reale Amplitude \hat{x} geteilt. Der Verlauf dieses Amplitudenverhältnisses ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Verlauf des Amplitudenverhältnisses dem Verlauf des Betrags

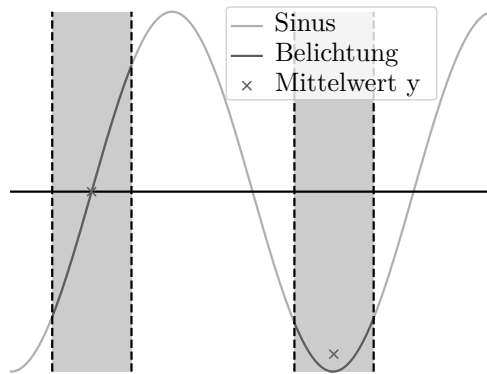


Abbildung 4.4.: Einfluss der Belichtungsdauer auf die ermittelte Verschiebung einer Sinusschwingung.

einer sinc-Funktion

$$\frac{\bar{x}}{\hat{x}} = \left| \frac{\sin(\pi \cdot x)}{\pi \cdot x} \right| \quad (4.4)$$

mit $x = t_a/t_p$ entspricht. Somit kann die bestimmte Amplitude bei bekanntem t_a/t_p entsprechend korrigiert werden.

4.2. Photogrammetrisches Messsystem zur Bestimmung der Beschleunigungen im dynamischen Aufbau

Zur Bestimmung der auf den zu kalibrierenden MKS wirkenden Kräfte und Momente nach der Grundgleichung der Mechanik (2.2) ist es notwendig, die Beschleunigung der an den Sensor angekoppelten Massen in den entsprechenden Freiheitsgraden zu bestimmen. Der vorhandene Aufbau an der PTB verfügt über ein scannendes Laservibrometer *PSV-400* der Firma *Polytec*, welches Beschleunigungen entlang der Achse des Laserstrahls an verschiedenen Punkten des Messaufbaus bestimmen kann. Des Weiteren können mechanische Beschleunigungssensoren an einzelnen Stellen befestigt werden, welche an diesen Stellen Beschleunigungen mit bis zu drei

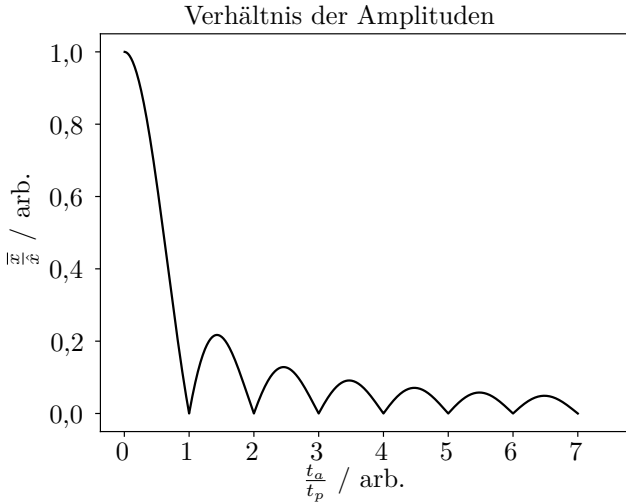


Abbildung 4.5.: Verhältnis zwischen gemittelter Auslenkung \bar{x} und Amplitude \hat{x}

axialen Freiheitsgraden messen. Beide Systeme sind jedoch nicht in der Lage, Beschleunigungen in allen sechs Freiheitsgraden zu erfassen. Daher wird der Versuchsaufbau um ein photogrammetrisches, flächenhaft messendes System erweitert, welches die Bestimmung der Beschleunigungen in allen sechs Freiheitsgraden ermöglicht. Entwurf, Aufbau und Charakterisierung des Messsystems wurden im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt und werden nachfolgend beschrieben [49].

4.2.1. Anforderungen an das photogrammetrische System

Das zu entwickelnde photogrammetrische Messsystem soll die Beschleunigungen im Versuchsaufbau in sechs Freiheitsgraden bestimmen können. Dabei werden folgende Anforderungen an das Messsystem gestellt.

Messobjekt

Das photogrammetrische Messsystem soll die Bewegung der Lastmasse, welche an dem Kraftsensor befestigt ist, bestimmen. Zusätzlich soll die

Bewegung der Grundplatte des Schwingerregers, an der die Schwingung eingeleitet wird, erfasst werden. Beide Messobjekte sind räumlich getrennt und unterschiedlich ausgerichtet. An beiden Messobjekten werden Planflächen vorgesehen, welche das zur Auswertung benötigte Muster in Form von Aufklebern aufnehmen können. Die Objekte selber werden als starr angenommen.

Auflösung

Der Schwingerreger kann sinusförmige Beschleunigungen mit einer maximalen Amplitude $\hat{x}_{max} = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ erzeugen. Bei einer Anregungsfrequenz von 1000 Hz ergibt sich somit eine maximale Amplitude der Verschiebung von

$$\hat{y} = \frac{\hat{x}}{\omega^2} = 1,52 \cdot 10^{-5} \text{ m.} \quad (4.5)$$

Das Kamerasystem muss in der Lage sein, diese geringe Amplitude auflösen zu können.

Bildrate

In Kapitel 4.1.1 wurden zwei Verfahren vorgestellt, periodische Schwingungen auch ohne Einhaltung des Abtasttheorems nach Shannon zu reproduzieren. Bei Anwendung dieser Verfahren sind die Anforderungen an die Bildrate der Kamera entsprechend gering. Höhere Bildraten erlauben allerdings eine geringere Unterabtastung, was sich tendenziell positiv auf die Auswertung auswirkt.

Belichtungszeit

Die Belichtungszeit der Kameras hat gerade bei dynamischen Vorgängen einen starken Einfluss auf die Schärfe des erzeugten Bildes. Der Einfluss der Bewegungsunschärfe auf die Auswertung mittels digitaler Bildkorrelation wurde in Kapitel 4.1.2 analysiert. Daraus resultiert, dass die Belichtungszeit so eingestellt werden sollte, dass eine Unschärfe von maximal 25 % der Facettengröße auftritt. Die Obergrenze der Belichtungszeit ist somit abhängig von der resultierenden Ortsauflösung des Kamerasystems, der Amplitude und Frequenz der Schwingung sowie der eingestellten Facettengröße. Einen weiteren Einfluss hat die in Kapitel 4.1.3 beschriebene

Filterwirkung der Belichtungsdauer bei einer sinusförmigen Schwingung. Die Reduzierung der Amplitude kann jedoch rechnerisch aus dem Verhältnis von Belichtungsdauer und Periodendauer ermittelt und kompensiert werden. Die Untergrenze der Belichtungszeit hängt von der gewählten Kamera sowie der Beleuchtung und somit der Ausleuchtung der Kamerabilder ab. Eine geringe Ausleuchtung verschlechtert das Signal-Rausch-Verhältnis (signal-to-noise ratio (SNR)) und beeinträchtigt die Auswertung der Bilder.

Beleuchtung

Die Lichtverhältnisse im vorhandenen Versuchsraum sind für den Einsatz von Kameras nicht geeignet. Zur Vermeidung von Störungen des Vibrometers wird die Raumbeleuchtung während der Messungen abgeschaltet. Daher wird eine eigene Beleuchtung für die Kameras benötigt. Diese sollte nach Möglichkeit die Signale des Vibrometers nicht beeinflussen. Ein unnötiger Wärmeeintrag in das Prüfobjekt ist auf Grund von thermischer Ausdehnung zu vermeiden. Bei Anregungen von 1000 Hz beträgt die Schwingungsdauer einer Periode 1 ms. Um die Schwingung in den Bildern erkennen zu können, muss die Intensität der Beleuchtung entsprechend hoch genug sein, um Belichtungszeiten deutlich unter 1 ms zu erlauben.

Bildsensor

Bei der Wahl des Bildsensors spielen speziell die Punkte Rauschen und Shutter eine entscheidende Rolle. Das Rauschen, bzw. SNR, ist ein wichtiger Faktor bei der Auswertung der aufgezeichneten Bilder. Durch die benötigte kurze Belichtungszeit, und damit je nach Beleuchtung verbundene mögliche geringe Ausleuchtung der Bilder, ist ein geringes Rauschverhalten des verwendeten Sensors wichtig. Eine Belichtung im Rolling-Shutter Modus, bei dem die einzelnen Zeilen des Sensors seriell belichtet werden, ist für dynamische Anwendungen nicht geeignet, da dies zu unerwünschter Verzerrung der Bilder führen würde. Entsprechend muss der eingesetzte Sensor über einen Global-Shutter Modus verfügen.

Ansteuerung / Trigger

Die Ansteuerung der Kameras soll möglichst über bereits vorhandene Softwarepakete mit Skript-Unterstützung realisiert werden. Dies reduziert

den Entwicklungsaufwand sowohl bei der Ansteuerung als auch bei der Auswertung der erzeugten Bilder. Für die Auswertung der aufgezeichneten Bilder ist es notwendig, dass die Aufzeichnung der einzelnen Kameras synchron erfolgt. Die beste Synchronisation wird durch eine direkte Hardware-Triggerung der Kameras erzielt. Zusätzlich soll das Trigger-Signal mit hoher zeitlicher Auflösung variiert werden können.

Mechanische Integration

Bei der Integration der Kameras in den vorhandenen Messaufbau muss darauf geachtet werden, dass der Bereich des Lasers des Vibrometers nicht abgeschattet wird. Zusätzlich darf der Arbeitsraum oberhalb des Schwingerregers, welcher für Adaptionen und Aufbauten benötigt wird, nicht eingeschränkt werden. Des Weiteren soll der Aufbau der Kameras nach Möglichkeit vom Schwingerreger und dem ihn umgebenden Fundament entkoppelt werden.

4.2.2. Aufbau des photogrammetrischen Systems

Auslegung und Aufbau des photogrammetrischen Messsystems wurden im Rahmen einer studentischen Arbeit am IPROM durchgeführt [96].

Um die beiden gewünschten Flächen, an der Lastmasse und auf der Oberseite des Schwingerregers, beobachten zu können, werden zwei getrennte Stereokamerasysteme aufgebaut. Die eingesetzten Kameras [97] verfügen über einen *Sony* CMOS-Sensor *IMX174* der *Pregius*-Serie. Dieser Sensor zeichnet sich durch geringes Rauschen, hohen Dynamikumfang und einen Global-Shutter Betrieb trotz CMOS-Technologie aus [98]. Die maximale Bildrate der Kamera beträgt 166 Bilder pro Sekunde bei 8 Bit Graustufenbildern. Die Auflösung des Sensors beträgt 1936×1216 Pixel bei einer Sensorgröße von 1/1,2 Zoll. Die minimale Belichtungszeit der Kamera beträgt $18 \mu\text{s}$.

Die Beleuchtung erfolgt über zwei LED-Blitzlichtmodule [99]. Die Module zeichnen sich durch einen geringen Öffnungswinkel aus, wodurch die Beleuchtung auf das gewünschte Objekt beschränkt wird. Die Ansteuerung im Blitz-Betrieb ermöglicht höhere Lichtleistungen als im kontinuierlichen Betrieb. Die Ansteuerung erfolgt über ein 5 V-Signal welches direkt von den Kameras über den Blitz-Ausgang erzeugt werden kann.

Die Ansteuerung der Kameras wird über ein Plugin der Open-Source-Software *itom* [100] durchgeführt. Die Aufzeichnung der Daten ist in einem *Python*-Skript umgesetzt. Zur Auslösung der Bildaufzeichnung wird der Hardware-Trigger der Kameras verwendet. Das Triggersignal wird mit einem Signalgenerator als Rechtecksignal erzeugt. Um alle Kameras simultan auszulösen, wird das Signal des Signalgenerators über einen Optokoppler entkoppelt und auf 4 Signale für die 4 Kameras aufgeteilt. Eine der Kameras dient als Master-Kamera, welche die Auslösung der Blitzlichter durchführt. Das Blitzsignal weist eine kleine Verzögerung zum Kamera-Trigger auf. Somit ist gewährleistet, dass alle Kameras bereits belichten wenn die Beleuchtung startet. Das Blitzsignal kann so als exakter Zeitraum der Bildaufnahme für die Synchronisation verwendet werden (vgl. Kapitel 4.2.3).

Die Kameras werden über Aluminiumprofile an dem im Aufbau vorhandenen optischen Tisch, auf welchem auch das Vibrometer aufgebaut ist, befestigt. Der Tisch verfügt über ein eigenes Fundament und ist somit vom Raumbundament entkoppelt. Um den Strahlengang des Vibrometers nicht zu begrenzen, werden die Kameras seitlich neben dem Schwingerreger montiert. Dabei ist ein Kamerasystem horizontal auf die Lastmasse ausgerichtet. Das zweite System ist unter einem Winkel von 56° befestigt und auf die Oberseite des Schwingerregers ausgerichtet. Die Entfernung zwischen Kameras und Messobjekt beträgt 0,35 m für das Kamerasystem der Lastmasse und 0,45 m für das Kamerasystem des Schwingerregers.

Die Kameras werden mit 35 mm Objektiven [101] kombiniert. Die Objektive können einen Sensor mit maximal 1 Zoll Diagonale beleuchten und erreichen dabei eine Auflösung von 9 Megapixel. Bei einem Abstand von 300 mm ergibt sich aus der Kombination von Kamera und Objektiv ein abbildbarer Bereich von $54 \text{ mm} \times 86 \text{ mm}$. Somit liegt die Ortsauflösung bei $44,4 \mu\text{m}/\text{Pixel}$. Durch die Subpixel-Auflösung von mindestens Faktor 10 bei der digitalen Bildkorrelation (vgl. Kapitel 2.6.2) können Verschiebungen kleiner $4,4 \mu\text{m}$ aufgelöst werden.

Die Einmessung der Kamerasysteme wird nach dem Verfahren des Bündelblockausgleichs (vgl. 2.6.3) für beide Systeme getrennt durchgeführt. Dabei wird das Koordinatensystem der Einmessung so ausgerichtet, dass eine Achse des Koordinatensystems möglichst parallel zur Anregungsachse des Schwingerregers liegt. Abweichungen in der Orientierung des Koordinatensystems können später durch Aufnahmen in verschiedenen Auslenkungen des Schwingerregers identifiziert und kompensiert werden.

4.2.3. Ansteuerung und Synchronisation mit Laservibrometer und Kraft-/Momentsignalen

Für die Ansteuerung des Schwingerregers und des Laservibrometers wird ein Steuer-PC mit angeschlossenem Analog-Digital (AD)-Umsetzer und einer Steuereinheit für die Vibrometersignale eingesetzt. Die Ansteuersignale des Schwingerregers werden über einen Leistungsverstärker verstärkt und an den Schwingerreger weitergeleitet. Die AD-Einheit verfügt, neben den beiden Eingängen für die Vibrometer-Signale, über zwei weitere Eingänge, welche frei belegt werden können.

Das Photogrammetrie-System mit vier Kameras benötigt eine hohe Leistungsfähigkeit zur Aufzeichnung der erzeugten Bilder. Daher ist eine Ansteuerung über den PC des Schwingerregers nicht sinnvoll. Entsprechend wird ein eigener PC, welcher nur für die Aufzeichnung und Auswertung der Kamerabilder verwendet wird, eingesetzt. Um die Leistungsfähigkeit der ausgewählten Kameras voll ausnutzen zu können, wird der PC mit einer 4-Kanal USB-3.0 Schnittstellenkarte ausgestattet. Bei maximaler Bildrate von 166 Bildern pro Sekunde, 8 Bit Graustufen und der maximalen Auflösung von 2,35 Megapixel ergibt sich eine Datenrate von 390 MB/s pro Kamera. Bei vier Kameras steigt die Datenrate entsprechend auf 1560 MB/s. Aktuelle SSD-Laufwerke mit SATA-Revision-3.0-Anschluss können durch die Begrenzung der Anschlussbandbreite maximal 600 MB/s Netto-Datenraten erreichen [102]. Diese Datenrate reicht somit nicht aus, um die aufgenommenen Bilder direkt auf einem einzelnen SSD-Laufwerk zu speichern. Daher werden die aufgenommenen Bilder zunächst im RAM-Speicher des PC abgelegt und nach Abschluss der Messung auf der SSD gespeichert.

Die Ansteuerung der Kameras erfolgt über ein *Python*-Skript in *itom*. Je Kamera wird eine vorher festgelegte Anzahl von Bildern aufgenommen und im Speicher abgelegt. Zu jeder Aufnahme wird zusätzlich ein Zeitstempel gespeichert. Nach der Aufnahme der Bilder werden diese durchnummeriert in einem eigenen Ordner als tif-Dateien abgespeichert.

Die Auswertung der Bilder erfolgt nachgelagert in einem eigenen Skript, welches sequentiell die benötigten Bilder öffnet und zusammen mit den nötigen Parametern an eine Konsolenanwendung zur Bildkorrelation übergibt. Die Anwendung erzeugt für jeden Bildsatz eine Textdatei, in der die Koordinaten der einzelnen Facetten im ersten und im zweiten Bildpaar eingetragen sind. Daraus kann die Verschiebung der einzelnen Facetten

zwischen Ursprungsbildpaar und verschobenem Bildpaar berechnet werden.

Bei dem zu kalibrierenden Sensor handelt es sich um einen MKS mit 6 Kanälen, 3 Kraft- und 3 Momentkanäle. Jeder Kanal ist in Form einer DMS-Vollbrücke ausgeführt. Entsprechend müssen die Signale der Kanäle einzeln verstärkt werden. Hierzu wird ein modularer Messverstärker der Firma *Dewetron* mit 6 identischen Modulen der Serie *DAQP-Bridge-B* eingesetzt [103]. Dieser Verstärker weist gute Eigenschaften im untersuchten dynamischen Bereich bis 1000 Hz auf [104].

Im Kalibriervorgang müssen alle 6 Kanäle simultan aufgezeichnet werden. Das I/O-Modul des Vibrometers besitzt jedoch nur 2 zusätzliche Eingänge und ist somit für die Anwendung nicht geeignet. Die Aufzeichnung erfolgt daher über eine synchron aufzeichnende 16-Kanal AD-Karte *NI PXI-4495* [105] welche mit einem eigenen PC zur Datenaufzeichnung verbunden ist.

Die Verwendung von 3 separaten PCs zur Datenaufzeichnung macht eine Synchronisation erforderlich. Die PCs des Vibrometers und der Kraft- und Momentsignale verfügen über freie Analogeingänge welche zur Synchronisation verwendet werden können. Da die Kameras bereits über einen Signalgenerator getriggert werden, bietet sich dieses Triggersignal zur Synchronisation an. Das rechteckförmige 5 V-Signal begrenzt die Belichtungszeit der Kameras und definiert somit die Zeitpunkte der Bildaufzeichnung. Das Signal kann an den beiden anderen PCs simultan zu den restlichen Kanälen aufgezeichnet werden. Abbildung 4.6 zeigt ein Blockschaltbild des erweiterten Aufbaus inklusive Kameras, Trigger, Beleuchtung, Signalverstärker und PCs zur Datenaufzeichnung.

4.2.4. Auswertung der Messdaten

Die Auswertung der von den photogrammetrischen Systemen aufgenommenen Bilder erfolgt in vier Schritten. Zunächst wird die 3D-Verschiebung einzelner Bildbereiche mittels digitaler Bildkorrelation berechnet. Das Ergebnis ist ein Datensatz von 3D-Koordinaten einzelner Facettenmittelpunkte im Referenzbildpaar und im verschobenen Bildpaar. Aus den beiden 3D-Punktwolken kann ein Satz von Verschiebungsvektoren als Differenz der einzelnen Koordinaten der Punkte berechnet werden.

Im zweiten Schritt wird aus den korrespondierenden Punktwolken eine Starrkörperverschiebung (vgl. Kapitel 2.4.3) mit sechs Freiheitsgraden

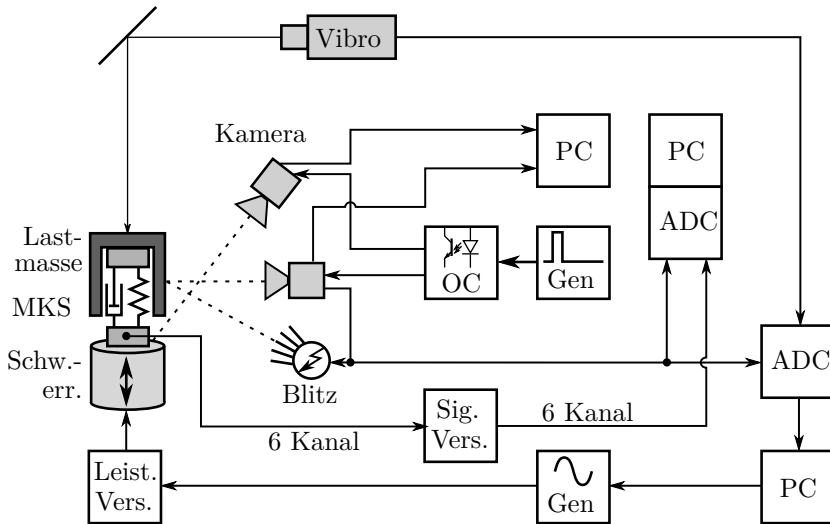


Abbildung 4.6.: Blockschaltbild des dynamischen Messaufbaus

berechnet. Dabei wird angenommen, dass sich der Körper während der Verschiebung nicht verformt. Als Ergebnis der Starrkörperverschiebung wird ein Translationsvektor \mathbf{T} und eine Rotationsmatrix \mathbf{R} berechnet. Aus der Rotationsmatrix können anschließend einzelne Rotationswinkel in einem festen Koordinatensystem berechnet werden. Aufgrund der hohen Steifigkeit des Sensors und des Gesamtsystems können die zu erwartenden Winkel als klein angenommen werden. Daher wird auf eine Darstellung der Rotationswinkel in einem mitgedrehten Koordinatensystem (z.B. in Form von eulerschen Winkeln [59]) der Einfachheit halber verzichtet. Das Ergebnis der Berechnung ist ein Satz von drei Translations- und drei Rotationsparametern für jeden Zeitpunkt der Bildaufnahmen.

Für die einzelnen Translationen und Rotationen wird anschließend ein Sinusfit durchgeführt (vgl. Kapitel 4.1.1). Daraus ergeben sich sechs Sinus-Funktionen, welche die periodische Verschiebung und Rotation der beobachteten Oberfläche beschreiben.

Um die Kraft- und Momentkomponenten berechnen zu können, müssen die translatorischen und rotatorischen Verschiebungen in Beschleunigung-

gen umgerechnet werden. Hierzu werden die Sinus-Funktionen aus Gleichung (4.1) zweifach nach der Zeit abgeleitet. Dies erfolgt durch die Multiplikation der Funktion mit dem negativen Quadrat der Kreisfrequenz $\omega_i = 2 \cdot \pi \cdot f_i$:

$$\ddot{x}(t) = \sum_i (-\hat{x}_i \cdot \omega_i^2 \cdot \sin(\omega_i \cdot t + \phi_i)) \quad (4.6)$$

4.2.5. Verifizierung des photogrammetrischen Messsystems

Die Leistungsfähigkeit des photogrammetrischen Messsystems wurde im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersucht [49].

Für die Untersuchung wird der Schwingerreger mit einer Frequenz von $f_{an} = 106,25 \text{ Hz}$ und einer Amplitude von $0,5 \text{ V}$ angeregt. Das Laservibrometer wird mit einer Abtastfrequenz von $51,2 \text{ kHz}$ betrieben, die Kameras werden mit einer Frequenz von $52,874 \text{ Hz}$ ausgelöst. Die gemessenen Beschleunigungen des Vibrometers und ein Sinus-Fit, sowie die Trigger-Signale der Kamera als Synchronisationsreferenz sind in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Aufnahme der Kameras wird manuell gestartet, das Trigger-Signal bei $0,97 \text{ s}$ entspricht dem ersten aufgezeichneten Bild.

Aus dem Unterschied zwischen der Bildfrequenz und der Anregungsfrequenz des Schwingerregers ergibt sich eine Schwebung mit einer Frequenz von $0,502 \text{ Hz}$. Es werden insgesamt 211 Bilder in einem Zeitintervall von $3,97 \text{ s}$ aufgezeichnet. Daraus ergeben sich 210 Verschiebungen relativ zur Position beim ersten Aufnahmezeitpunkt. Für jede Verschiebung wird die Starrkörpertransformation, wie in Kapitel 4.2.4 beschrieben, berechnet. Als Zeitpunkt der Bildaufnahme wird die Mitte der Belichtungszeit, welche aus dem Trigger-Signal ermittelt wird, verwendet.

Für den folgenden Sinus-Fit der Verschiebungen wird die nichtlineare Funktion *curve fit* aus dem Paket *scipy optimize* in *Python* verwendet [106]. Als Startwert für die vorhandenen Frequenzen werden die Ergebnisse einer fast Fourier transform (FFT)-Analyse der Vibrometersignale verwendet. Das Frequenzspektrum des Vibrometersignals bis 1000 Hz ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Es sind deutliche Frequenzanteile bei der Anregungsfrequenz $f_{an} = 106,25 \text{ Hz}$ sowie deren Vielfachen 425 Hz , $212,5 \text{ Hz}$ und $318,75 \text{ Hz}$ zu erkennen. Die Amplitude der zweitstärksten Frequenz (425 Hz) erreicht $0,5 \%$ der Anregungsamplitude.

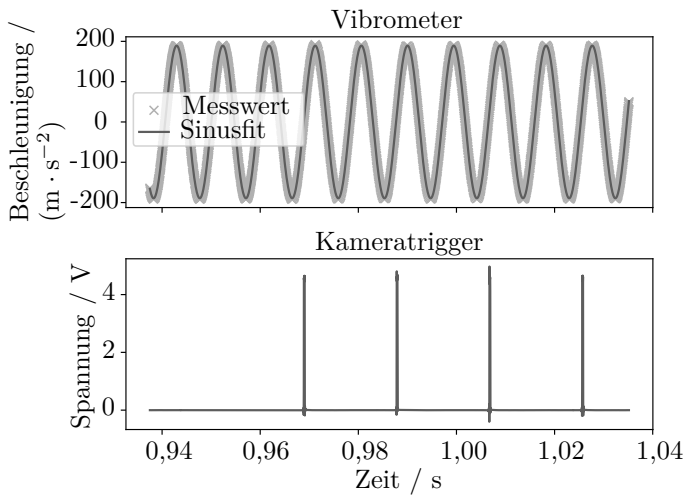


Abbildung 4.7.: Vibrometersignal und Kameratrigger [49]

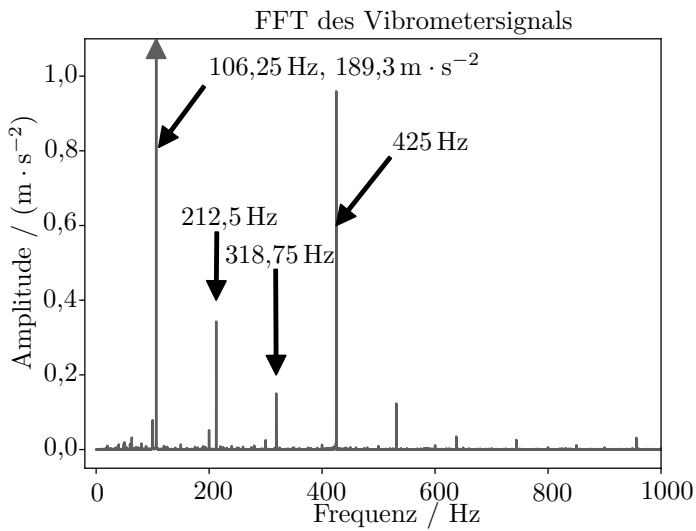
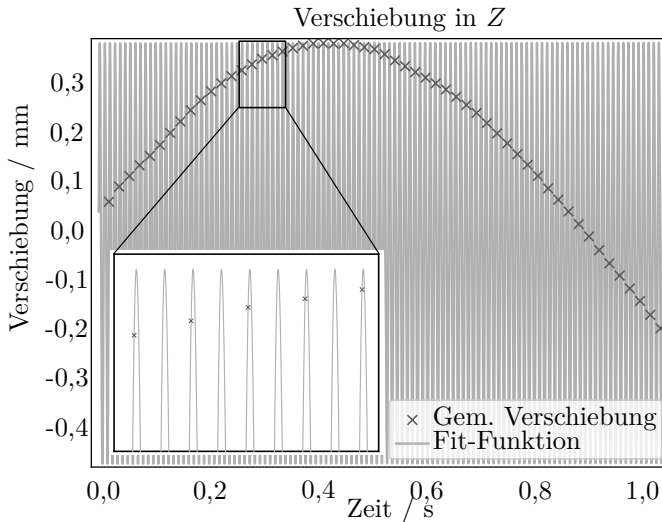


Abbildung 4.8.: Frequenzspektrum des Vibrometersignals. [49]

Wird für den Sinus-Fit lediglich die Anregungsfrequenz als Schwingungsanteil verwendet, ergibt sich eine Standardabweichung zwischen den Messwerten und dem Fit für Verschiebungen in der Anregungsrichtung Z von 0,0036 mm bei einer Auslenkung von 0,428 mm. Durch Hinzufügen einer zusätzlichen Schwingung mit der zweithöchsten Amplitude (425 Hz) zur Fitting-Funktion reduziert sich die Standardabweichung auf 0,0023 mm. Eine Berücksichtigung der weiteren Frequenzen 212,5 Hz und 318,75 Hz bringt keine weitere Reduzierung der Abweichung mit sich. Messwerte des photogrammetrischen Systems für die Auslenkung in Z sowie die Fit-Funktion sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Um die Beschleunigung der Bewegung zu bestimmen, wird die Amplitude der Sinusfunktion, wie in Kapitel 4.2.4 beschrieben, mit dem negativen Quadrat der Kreisfrequenz multipliziert. Die Parameter der Fit-Funktionen für Vibrometer und Photogrammetrie sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Es ist zu erkennen, dass für die Anregungsfrequenz die Amplitude zwischen Vibrometer und Photogrammetrie eine geringe Abweichung von 0,68 % aufweist, während die Amplitude bei der ersten Oberwelle bei 425 Hz für das photogrammetrische System einen deutlich zu hohen Wert ergibt. Allerdings liegt die identifizierte Amplitude der Verschiebung bei 425 Hz mit 0,0040 mm schon am unteren Rand der vom photogrammetrischen System erreichbaren Auflösung. Durch den quadratischen Term der Kreisfrequenz bei der Berechnung der Beschleunigung erhöht sich die durch die niedrige Auflösung eingebrachte Unsicherheit bei höheren Frequenzen.

4.3. Entwurf von Belastungskörpern für dynamische Einleitung variabler Lastrichtungen

In früheren Veröffentlichungen wurden bereits MKS auf dem Schwingerregersystem der PTB untersucht [50–52]. Dabei wurde eine zylindrische Lastmasse und ein Luftlager für die Anregung axialer Kräfte verwendet. Querkräfte wurden über Winkeladapter und würfelförmige Lastmassen an einem Ende der zu untersuchenden Sensoren erzeugt. Für Biegemomente und Drehmomente wurde ein zusätzlicher Hebelarm zwischen dem Sensor und der Lastmasse installiert. Dieser Aufbau zeigte verschiedene Nachteile, wie Wanken der Lastmasse oder die Überlagerung von Querkräften und

Abbildung 4.9.: Verschiebung in Z und Fit-Funktion [49]

Biegemomenten. Um diese Nachteile zu reduzieren wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein überarbeiteter Versuchsaufbau entwickelt, analysiert und gefertigt [49, 107].

4.3.1. Anforderungen an die Belastungskörper

Ziel des optimierten Aufbaus ist die Erzeugung von einzelnen Kraft- und Momentkomponenten mit möglichst geringen sekundären Lastkomponenten. Dies gilt speziell für Querkkräfte und Drehmomente. Des Weiteren sollen die an dem Sensor befestigten Adaptionen nach Möglichkeit für die verschiedenen Lastrichtungen nicht umgebaut werden müssen, da die Verschraubung einen Einfluss auf die gemessenen Sensorsignale zeigen kann. Um eine unzulässige Last auf die Lager des Schwingerregers zu vermeiden, muss der Schwerpunkt des gesamten Aufbaus möglichst in der Achse der Anregung liegen.

Aus der Anforderung der Erzeugung von Kraftkomponenten in drei Achsen ohne überlagerte Biegemomente resultiert die Bedingung, dass der Massenschwerpunkt der hierzu benötigten Lastmasse im Ursprung des

Tabelle 4.1.: Parameter der gefitteten Sinus-Funktionen

Param.	Vibrometer		Photogrammetrie	
	Freq. 1	Freq. 2	Freq. 1	Freq. 2
f	106,2503 Hz	425,0000 Hz	106,2495 Hz	424,9472 Hz
$ \hat{x} $			0,4277 mm	0,0040 mm
$ \hat{\ddot{x}} $	189,32 m · s ⁻²	0,96 m · s ⁻²	190,61 m · s ⁻²	28,52 m · s ⁻²
ϕ	0,369 rad	5,573 rad	0,208 rad	0,820 rad
o	0 mm · s ⁻²		-0,0425 mm	

Sensorkoordinatensystems liegen muss (vgl. Kapitel 2.1). Eine Erzeugung von Momentkomponenten ohne überlagerte Kräfte ist in diesem Aufbau nicht möglich, da kein Kräftepaar und auch kein Gegenlager eingesetzt werden kann. Durch die Positionierung einer exzentrischen Lastmasse in der X - Y -Ebene des Sensorkoordinatensystems ist es jedoch möglich, Biegemomente nur mit überlagerter Axialkraft und Drehmomente nur mit überlagerter Querkraft zu erzeugen. Die exzentrische Anordnung der Lastmasse zur Erzeugung von Momentkomponenten erfordert weiterhin die Anbringung von Ausgleichsmassen um den Gesamtschwerpunkt des Aufbaus in die Achse der Anregung zu verschieben.

4.3.2. Entwürfe der Belastungskörper

Anhand der im vorigen Abschnitt beschriebenen Anforderungen wird eine Lastmasse entworfen, deren Massenschwerpunkt im Ursprung des untersuchten MKS liegt. Dabei wird auch die Masse des Anschlussflansches des Sensors mit berücksichtigt. Die Lastmasse verfügt über Planflächen in Richtung der X - und Y -Koordinaten des Sensors zur Anbringung stochastischer Muster für die Auswertung der Bewegung mittels Photogrammetrie (vgl. Kapitel 4.2). Zur Zentrierung zwischen Massekörper und Sensor wird eine Scheibe entsprechend der Empfehlung des Sensorherstellers eingesetzt. Die Masse von Massekörper, Scheibe und Schraubverbindungen beträgt 6,9547(10) kg. Zur Bestimmung von Verschiebung und Beschleunigung werden Retroreflektoren und stochastische Muster auf den Massekörper aufgeklebt, welche die Masse auf 6,9605(10) kg erhöhen.

An der Rückseite des Sensors wird ein Wellenflansch als Adapterelement befestigt. Dieser Wellenflansch kann über einen konzentrischen Ad-

apter vertikal und über einen Winkeladapter horizontal auf dem Schwingerreger befestigt werden. Der Winkeladapter ist so ausgeführt, dass der Gesamtschwerpunkt mittig über der Anschlussplatte des Schwingerregers liegt. Des Weiteren ist bei der Konstruktion auf hohe Steifigkeit bei geringem Gewicht des Winkeladapters geachtet worden. Massekörper und Flanschadapter sind aus nichtrostendem Stahl (WNR. 1.4301), die Adapter aus Gewichtsgründen aus Aluminium gefertigt. Abbildung 4.10 zeigt ein CAD-Modell des Aufbaus für die Kraftanregung in den unterschiedlichen Achsen. Der Wellenflansch kann an der Anschlussstelle zum Winkeladapter in Schritten von 90° rotiert werden um Kraftkomponenten in $\pm X$ - und $\pm Y$ -Ausrichtung zu erzeugen. Beide Adapter verfügen über verschiedene Lochkreise zur Befestigung auf dem Schwingerreger.

Zur Anregung von Momentkomponenten wird ein Adapterkreuz mit einer verschiebbaren Lastmasse verwendet. Der Vorteil eines solchen Kreuzes gegenüber eines einfachen Hebelarms, wie in [52] verwendet, ist die symmetrische Belastung des Sensors. Das Adapterkreuz erzeugt lediglich eine Kraftkomponente, jedoch keine Momentbelastung. Des Weiteren können Momentkomponenten in allen drei Achsen erzeugt werden, ohne die Verschraubung zwischen Sensor und Adapterkreuz zu lösen, indem die Lastmasse beziehungsweise die Orientierung des Aufbaus verändert werden. Durch unterschiedliche Entfernungen zwischen Sensor und Lastmasse können verschiedene Amplituden der Momentanregung bei gleicher Quer- oder Axialkraft erzeugt werden. Um die Belastung auf die Lager des Schwingerregers zu reduzieren, wird ein Gegengewicht an einem zusätzlichen Arm direkt auf dem konzentrischen oder Winkeladapter befestigt. Abbildung 4.11 zeigt ein CAD-Modell des Aufbaus für verschiedene Momentbelastungen.

4.3.3. FEM-Simulation des dynamischen Aufbaus

Das dynamische Verhalten der entwickelten Belastungskörper und Adaptionen wird mittels FEM-Simulationen untersucht [107]. Ziel der Simulationen ist es, Komponenten geringer Steifigkeit zu identifizieren und über entsprechende Designoptimierung die Steifigkeit dieser Komponenten zu erhöhen. Durch die erhöhte Steifigkeit können die Resonanzfrequenzen des Aufbaus nach oben verschoben werden. Um die Simulationsdauer zu reduzieren, wird auf die Simulation von Verbindungselementen (Schrauben, Stifte) verzichtet. Um die Ergebnisse der Simulation möglichst einfach

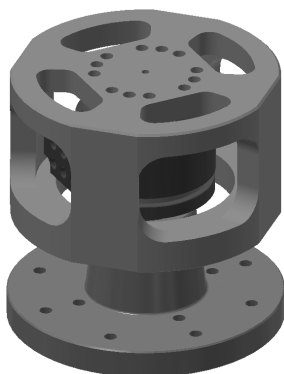
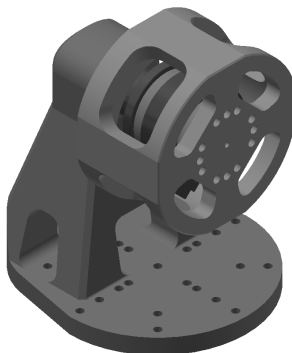
(a) F_z (b) $F_{x,y}$

Abbildung 4.10.: CAD-Zeichnungen der Aufbauten für dynamische Anregung von Kraftkomponenten

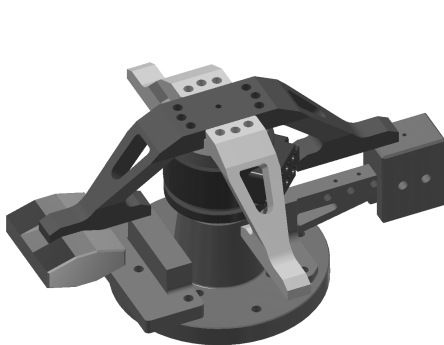
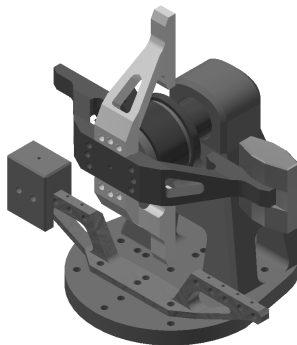
(a) $M_{x,y}$ (b) M_z

Abbildung 4.11.: CAD-Zeichnungen der Aufbauten für dynamische Anregung von Momentkomponenten

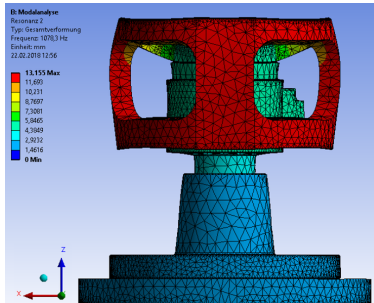
mit Messungen am Schwingerreger vergleichen zu können, wird speziell die Beschleunigung auf der Oberfläche der Lastmassen über eine harmonische Analyse ermittelt. Zusätzlich werden die einzelnen Moden des Aufbaus mittels Modalanalyse visualisiert, um ein besseres Verständnis der Verformung des Aufbaus zu bekommen. Die jeweils ersten beiden Moden sind in Abbildung 4.12 für Axialkräfte und in Abbildung 4.13 für Querkräfte dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Hauptmode für Axialkräfte bei 1078 Hz hauptsächlich aus einer tonnenförmigen Verformung des Massekörpers besteht. Diese Verformung wird bei der späteren Analyse (Kapitel 4.5.2 und 4.5.3) erneut aufgegriffen. Die Ergebnisse der harmonischen Analyse werden im nachfolgenden Abschnitt direkt im Vergleich zur experimentellen Untersuchung dargestellt.

4.3.4. Analyse der gefertigten Belastungskörper

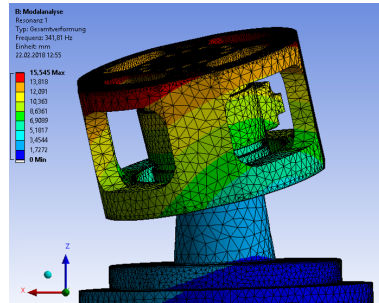
Die Analyse der entworfenen Belastungskörper teilt sich in zwei Teile, die statische Überprüfung der gewünschten Eigenschaften wie Position des Schwerpunktes und der dynamische Vergleich mit den Ergebnissen der FEM-Simulation.

Für die statische Analyse werden die gefertigten Belastungskörper und der Wellenflansch mit dem zu untersuchenden MKS entsprechend der Vorgaben des Herstellers verschraubt. Der Wellenflansch wird in einen Teilkopf eingespannt und die Rotationsachse wird horizontal ausgerichtet. Die Z-Achse des Sensors liegt in der Rotationsachse des Teilkopfes. Der Sensor wird um 360° um die Z-Achse in Schritten von $22,5^\circ$ rotiert. Die Sensorwerte aller sechs Kanäle werden an jeder Position aufgezeichnet und mit der Transformationsmatrix des Sensorherstellers in Kraft- und Momentwerte umgerechnet. Liegt der Massenschwerpunkt des Aufbaus im Koordinatenursprung des Sensors und ist die Rotationsachse horizontal ausgerichtet, müssen sich über die Rotation die Kraftsignale für F_x und F_y sinusförmig ändern, während die Momentsignale M_x und M_y sowie das Kraftsignal F_z konstant bleiben. Für den Momentaufbau muss sich zusätzlich ein sinusförmiges Signal für M_z ergeben, während dieses bei der Belastungsmasse für die Kräfteanregung ebenfalls konstant bleibt.

Die Verläufe der Momentkomponenten ohne und mit Belastungsmasse sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Es ist für beide Verläufe eine Sinusform für M_x und M_y zu erkennen, jedoch ist die Amplitude mit angeschlossener Lastmasse um etwa 85 % reduziert. Die höhere Amplitude

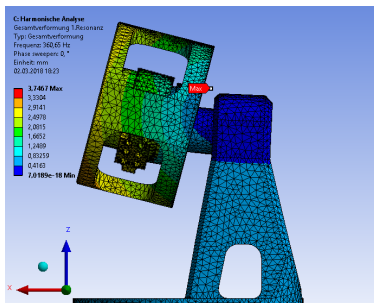


(a) 1078 Hz

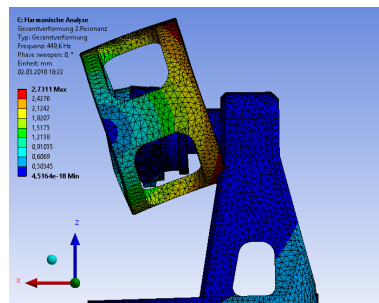


(b) 342 Hz

Abbildung 4.12.: Moden des Aufbaus zur Anregung von Axialkraft



(a) 360 Hz



(b) 450 Hz

Abbildung 4.13.: Moden des Aufbaus zur Anregung von Querkraft

ohne Belastungsmasse lässt sich durch die Masse des Anschlussflansches des Sensors erklären. Diese hat einen unbekannten Abstand vom Koordinatenursprung und erzeugt ein Moment abhängig von seiner Masse und diesem Abstand. Durch das Design der Lastmasse wird diese Komponente deutlich reduziert. Die verbleibende Amplitude von $0,03 \text{ N} \cdot \text{m}$ entspricht einer Verschiebung des gemeinsamen Massenschwerpunktes von Belastungsmasse, Anschlussflansch und Verschraubung um etwa $0,4 \text{ mm}$ gegenüber dem Koordinatenursprung des Sensors. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Amplitude von $0,03 \text{ N} \cdot \text{m}$ nur $0,009 \%$ der Nennlast des Sensors für M_x und M_y von $350 \text{ N} \cdot \text{m}$ entspricht.

Die Verläufe der Momentkomponenten für das Adapterkreuz mit befestigter Masse sind in Abbildung 4.15 dargestellt. Der Verlauf der M_z -Komponente ist nicht dargestellt, da dieser im entsprechenden Aufbau der gewünschten Last entspricht und somit außerhalb des hier dargestellten Bereiches liegt. Auch für den Aufbau mit Adapterkreuz und verschiebbare Masse ist für M_x und M_y ein sinusförmiger Verlauf mit einer Amplitude von $0,03 \text{ N} \cdot \text{m}$ zu erkennen. Entsprechend ist auch hier eine geringe Abweichung zwischen Massenschwerpunkt und Koordinatenursprung vorhanden.

Für die dynamische Analyse werden die entworfenen Aufbauten auf dem Schwingerreger montiert und mit einem periodischen Chirp-Signal angeregt. Die Beschleunigung der Belastungskörper wird von dem installierten Laservibrometer erfasst. Mittels FFT wird das Frequenzspektrum der Systemantwort ermittelt. Dieses kann nun mit dem Frequenzspektrum, welches in der FEM-Analyse ermittelt wurde, verglichen werden. In Abbildung 4.16 sind die Frequenzspektren aus FEM-Analyse und Experiment für den Aufbau zur Anregung von Axialkräften und Querkraften dargestellt. Die Amplituden der Beschleunigungen sind normiert, um die Frequenzgänge besser vergleichen zu können. Für den axialen Aufbau liegen die Resonanzfrequenzen bei 1138 Hz in der FEM-Analyse und 1193 Hz im Experiment. Bei 425 Hz ist im experimentellen Aufbau eine Unstetigkeit erkennbar, welche durch ein Wanken des Aufbaus erklärt werden kann.

Für den transversalen Aufbau liegen die Resonanzfrequenzen bei 440 Hz und 318 Hz in der FEM-Analyse und bei 506 Hz und 325 Hz im Experiment. Abweichungen zwischen den identifizierten Resonanzen können durch das vereinfachte Modell, welches der FEM-analyse zugrunde liegt, erklärt werden (vgl. Kapitel 4.3.3).

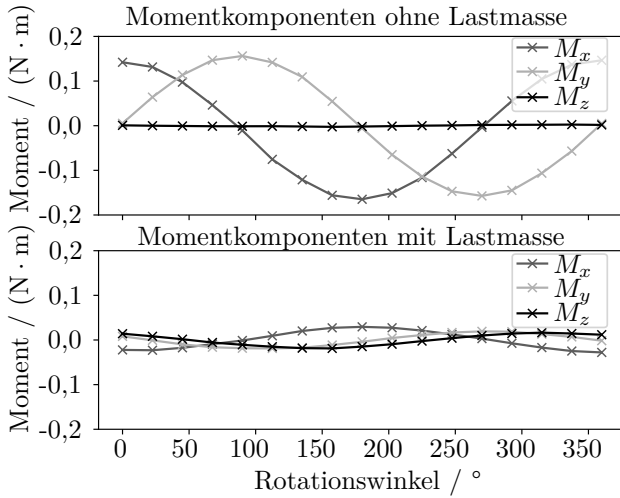


Abbildung 4.14.: Statische Analyse der Belastungsmasse. Oben: Sensorwerte für Momentkomponenten ohne Belastungsmasse, unten: mit Belastungsmasse

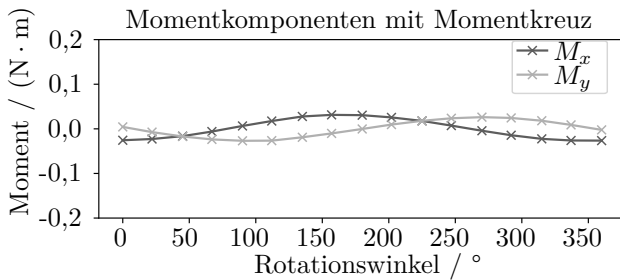


Abbildung 4.15.: Statische Analyse des Adapterkreuzes

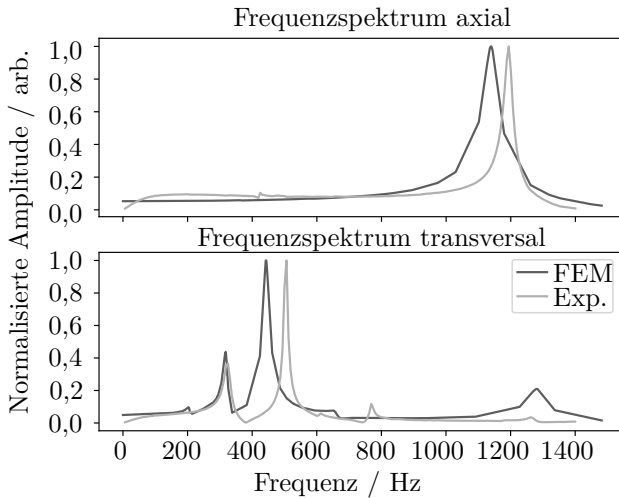


Abbildung 4.16.: Dynamische Analyse des Aufbaus für Axial- und Querkräfte

4.4. Physikalisches Modell des dynamischen Mehrkomponentensensors

Die Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines Kraft- oder Momentensensors kann über ein physikalisches Modell erfolgen. Die Parameter der im Modell verwendeten Komponenten werden experimentell ermittelt. Für uniaxiale Sensoren für Kraft und Drehmoment existieren solche Modelle (vgl. Kapitel 2.2.3, [16, 44, 47]). Durch die höhere Komplexität von MKS ist die Modellbildung jedoch deutlich aufwändiger. Nachfolgend wird auf die Herausforderungen bei der Modellbildung genauer eingegangen [49]. Die Parameteridentifikation erfolgt im Kapitel 4.5.

Das dynamische Verhalten von uniaxialen Kraftsensoren wird in der Regel über ein Modell aus zwei Massen, welche über ein Feder-Dämpfer-System gekoppelt sind, abstrahiert (Kapitel 2.2.3). Dieses Modell kann für MKS mit reinen Kraftkomponenten erweitert werden. Hierzu werden die beiden Massen über drei orthogonal angeordnete Feder-Dämpfer-Systeme gekoppelt. Eine gegenseitige Beeinflussung der Feder-Dämpfer-Systeme

wird vernachlässigt. Des Weiteren werden die Massen für alle drei Achsen als identisch angenommen. Zur Beschreibung dieses Systems sind insgesamt 8 Parameter notwendig, je drei Parameter für die Federkonstanten $c_{x,y,z}$ und Dämpfungskoeffizienten $b_{x,y,z}$ sowie die beiden Massen m_1 (Messseite) und m_2 (Anschlussseite). Abbildung 4.17 zeigt eine vereinfachte, zweidimensionale Version dieses Modells. Die Anregung erfolgt an der Masse m_2 .

Für uniaxiale Drehmomentsensoren wird ein Modell äquivalent zu dem Modell uniaxialer Kraftsensoren verwendet [16]. Allerdings sind hier Feder und Dämpfer auf Rotation ausgelegt, und die Massen werden durch Massenträgheitsmomente \mathbf{J} ersetzt. Gegenüber den Massen m im Modell für Kraftsensoren ist das Massenträgheitsmoment \mathbf{J} abhängig von der Achse, um die das System rotiert. Somit ist die Annahme identischer Massen für unterschiedliche Anregungsrichtungen nicht auf das Modell eines MKS mit Momentkomponenten übertragbar.

4.5. Parameteridentifikation

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die Parameter des dynamischen Modells des MKS für Kraftkomponenten über statische und dynamische Methoden bestimmt [49]. Nachfolgend sind die unterschiedlichen Methoden und ihre Ergebnisse zusammengefasst.

4.5.1. Bestimmung der internen Masse

Zur Bestimmung der internen Masse des Sensors wird der Sensor, wie bereits in Kapitel 4.3.4 beschrieben, in einen Teilkopf mit horizontaler Rotationsachse eingespannt. Allerdings werden zur Bestimmung der internen Masse die Sensorsignale der F_x - und F_y -Kanäle ohne angeschlossene Lastmasse ausgewertet. Abbildung 4.18 zeigt den Verlauf der Kraftsignale über der Rotation um Z . Eine Sinusfunktion wird in die Messwerte gefittet und die Amplitude der Funktion wird als Maximum der einzelnen Kraftkomponenten F_{max} angenommen, welche aufgrund der internen Masse auf den Sensor wirken. Die Masse wird aus der Amplitude der Kraftkomponenten und der lokalen Erdbeschleunigung $g_{loc} = 9,812\,52\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ berechnet:

$$m = \frac{F_{max}}{g_{loc}} \quad (4.7)$$

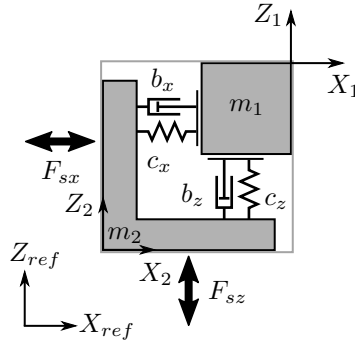


Abbildung 4.17.: Modell eines zweidimensionalen Kraftsensors als Masse-Feder-Dämpfer-System [49]

Zur Bestimmung der internen Masse m_2 wird der Aufbau so montiert, dass die Anschlussseite des Sensors frei liegt und der Wellenflansch an der Messseite befestigt wird. Bei einem symmetrischen Aufbau des Sensors kann grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass m_1 und m_2 identisch sind. Allerdings ist an der Anschlussseite sowohl das Gehäuse als auch die Anschlussbox und die Verkabelung des Sensors befestigt. Daher ist eine Abweichung der Massen zu erwarten. Um den Einfluss der Kabel speziell bei der Bestimmung von m_2 zu reduzieren, werden die Kabel am Teilkopf so befestigt, dass sie keinen Zug auf den Sensor ausüben und mitrotieren. Somit wird für jede Stellung ein annähernd identischer Einfluss auf den Sensor gewährleistet.

Mit dem beschriebenen Verfahren können die auf die X - und Y -Achsen wirkenden Massen identifiziert werden. Für eine Bestimmung der wirksamen Masse auf die Z -Achse wird der Sensor zusätzlich an einem Winkelprofil befestigt, sodass eine Rotation um die X - oder Y -Achse durchgeführt werden kann. Insgesamt ergeben sich aus den beschriebenen Aufbauten je zwei Datensätze pro Kraftkomponente und Masse. Tabelle 4.2 fasst die Ergebnisse der statischen Massenbestimmung für die verschiedenen Achsen zusammen. Es ist zu erkennen, dass die Ergebnisse für m_1 für die Achsen X und Y eine gute Übereinstimmung zeigen, während die wirkende Masse auf Z geringfügig höher ausfällt. Für die Masse m_2 zeigen sich deutlichere Abweichungen bei den verschiedenen Messungen. Für

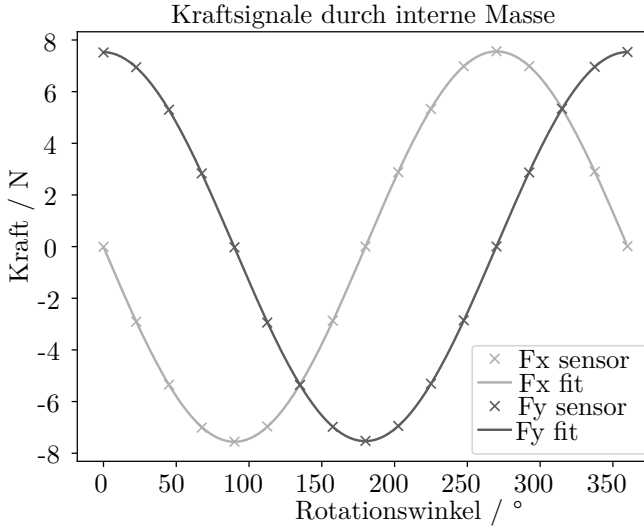


Abbildung 4.18.: Bestimmung der int. Masse des Sensorflansches [49]

die Modellparameter mit identischer Masse unabhängig von der Achse ergeben sich als Mittelwert aus den dargestellten Messungen Werte für $m_1 = 0,772(5)$ kg und für $m_2 = 1,094(10)$ kg.

4.5.2. Bestimmung von Federkonstante und Dämpfungskoeffizient

Zur Bestimmung der Federkonstante c wird die Übertragungsfunktion $H(f)$, welche das Verhältnis zwischen Beschleunigung der Lastmasse \ddot{x}_l und der Beschleunigung der Oberfläche des Schwingerregers \ddot{x}_v beschreibt, herangezogen [47]:

$$H(f) = \frac{\ddot{x}_l}{\ddot{x}_v} \quad (4.8)$$

Aus der Frequenz f_0 , bei der die Übertragungsfunktion ihr Maximum erreicht, kann die Federkonstante c bei bekannter Masse m berechnet werden:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (4.9)$$

Tabelle 4.2.: Maximal wirkende Kraftsignale und resultierende interne Massen auf Achse U bei Rotation um Achse u

	X_z	X_y	Y_z	Y_x	Z_y	Z_x
$F_{max,m} / \text{N}$	7,558	7,540	7,532	7,540	7,677	7,616
m_1 / kg	0,770	0,768	0,768	0,768	0,782	0,776
$F_{max,a} / \text{N}$	10,619	10,701	10,697	10,931	10,770	10,729
m_2 / kg	1,082	1,090	1,090	1,114	1,097	1,093

Um die Federkonstante zu bestimmen, soll die Übertragungsfunktion mit unterschiedlichen Massen aufgenommen werden. Hierzu wurden Masse-scheiben gefertigt, welche den gleichen Durchmesser wie der Massekörper haben und über die Verschraubung des Sensors auf dem Massekörper befestigt werden können. Mit der so variierten Masse wird das Frequenzspektrum bei einem periodischen Chirp-Signal aufgenommen. Es ist zu erwarten, dass die Resonanzfrequenz mit zunehmender Masse sinkt. Abbildung 4.19 zeigt einen Ausschnitt des Frequenzspektrums zwischen 800 Hz und 1400 Hz für den Aufbau mit Massekörper und Zusatzmassen. Es ist zu erkennen, dass mit zunehmender Masse die Resonanzfrequenz entgegen der Annahme zunimmt.

Das beobachtete Verhalten lässt sich erklären, wenn man die erste Mode des Aufbaus (Abbildung 4.12a) betrachtet. Die oberen Stege des Massekörpers wirken hier als Feder. Durch die Befestigung zusätzlicher Masse-scheiben auf dem Massekörper wird die Steifigkeit dieser Federn erhöht, was zu einem Anstieg der Resonanzfrequenz führt. Der Einfluss der Feder des Sensorkörpers wird durch diesen Effekt überlagert, da er im gleichen Frequenzbereich erwartet wird. Somit ist der Aufbau in dieser Form nicht geeignet, die Federsteifigkeit des Sensors zu bestimmen.

Als Alternative werden zwei kompaktere, flanschförmige Massestücke mit den Massen $m_{l1} = 4,236 \text{ kg}$ und $m_{l2} = 8,798 \text{ kg}$ zur Bestimmung der Federsteifigkeit verwendet. Der Verlauf der Amplitude und der Phase der Übertragungsfunktion mit diesen beiden Lastmassen ist in Abbildung 4.20 gezeigt. Die Resonanzfrequenzen liegen bei $f_{0,1} = 1477,35 \text{ Hz}$ und $f_{0,2} = 1092,97 \text{ Hz}$. Nach Gleichung (4.9) ergibt sich daraus mit der internen Masse $m_1 = 0,772 \text{ kg}$ eine Federkonstante von $c_1 = 4,135 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ und $c_2 = 4,513 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Zur Bestimmung der Dämpfungskoeffizienten b wird das Verhältnis von

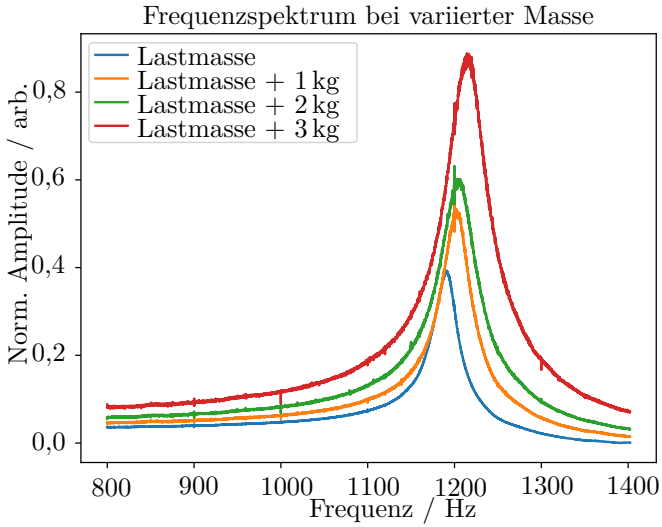


Abbildung 4.19.: Frequenzspektrum des Aufbaus mit variiert Masse

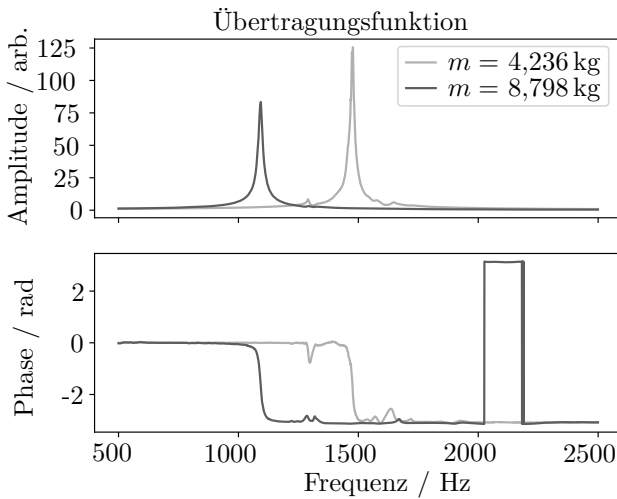


Abbildung 4.20.: Übertragungsfunktion für axiale Anregung [49]

Resonanzfrequenz f_0 und Breite des Resonanzpeaks bei halber Amplitude $\Delta f_{1/2}$ verwendet [47]:

$$\frac{f_0}{\Delta f_{1/2}} \approx \frac{1}{b} \sqrt{c \cdot m} \quad (4.10)$$

Für die Übertragungsfunktion aus Abbildung 4.20 ergeben sich so die Dämpfungskoeffizienten zu $b_1 = 684,81 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ und $b_2 = 1566,43 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Die Bestimmung der Federkonstanten und Dämpfungskoeffizienten für X und Y erfolgt äquivalent, jedoch wird für die Übertragungsfunktion durch den Aufbau mit horizontaler Z -Achse die Beschleunigung \ddot{x}_v am Flanschadapter direkt am Sensor verwendet. Die resultierende Übertragungsfunktion ist in Abbildung 4.21 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im horizontalen Aufbau eine zweite Resonanzstelle bei deutlich niedrigeren Frequenzen auftritt. Diese lässt sich durch den Aufbau mit Kragarm und einem sich daraus ergebenden zusätzlichen Federelement erklären. An der Verbindungsstelle zwischen Flanschadapter und Winkeladapter ist die Steifigkeit des Aufbaus stark reduziert. Tabelle 4.3 fasst die ermittelten Parameter für das dynamische Modell des MKS für die drei Kraftachsen zusammen.

4.5.3. Bestimmung der dynamischen Sensitivität

Die dynamische Sensitivität S lässt sich als Quotient aus den Amplituden von Sensorsignal U und Signal erzeugender Kraft bzw. Moment berechnen. Zunächst wird der Fokus auf die Erzeugung von Kraftkomponenten gelegt. Um eine möglichst homogene Referenzkraft zu erzeugen, werden mit dem Schwingerreger sinusförmige Beschleunigungen mit konstanter Frequenz und Amplitude erzeugt. Dabei wird über zwölf Messreihen die Frequenz von 53,7 Hz auf 1020,3 Hz erhöht. Die maximale Referenzkraft berechnet sich dann aus der Amplitude der Beschleunigung der Belastungsmasse \hat{x}_l und der Summe der bewegten Massen. Somit ergibt sich für S folgende Formel:

$$S = \frac{\hat{U}}{\hat{x}_l \cdot \sum_i m_i} \quad (4.11)$$

Die Versuche zur Bestimmung der Sensitivität werden zunächst mit der in Kapitel 4.3.2 beschriebenen Belastungsmasse durchgeführt. Die Beschleunigung der Masse wird mit dem Laservibrometer mittig über dem

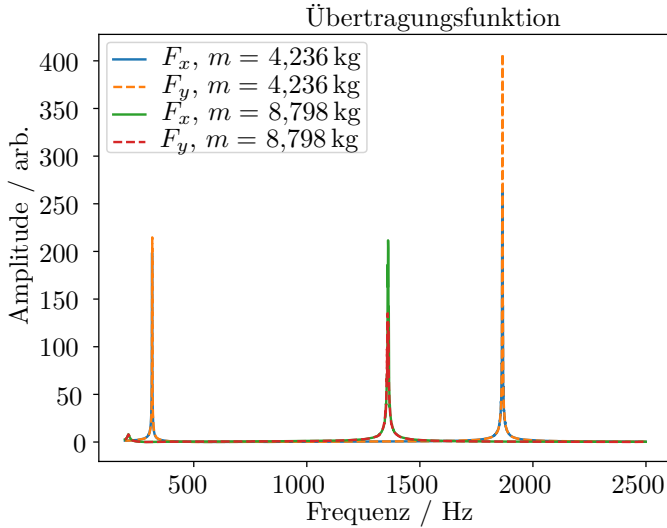


Abbildung 4.21.: Übertragungsfunktion für transversale Anregung [49]

Tabelle 4.3.: Ermittelte Resonanzfrequenzen, Federsteifigkeiten und Dämpfungskoeffizienten.

Parameter	f_{1x}	f_{1y}	f_{2x}	f_{2y}	f_z
$m_{l1} = 4,236 \text{ kg}$					
f_0 / Hz	1864,8	1865,6	315,6	316,4	1477,35
$c / (10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1})$	6,872	6,878	0,197	0,198	4,135
$b / (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	144,5	75,5	58,58	57,61	684,81
$m_{l2} = 8,798 \text{ kg}$					
f_0 / Hz	1359,4	1357,8	210,9	210,9	1092,97
$c / (10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1})$	6,980	6,963	0,168	0,168	4,513
$b / (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	390,16	521,88	1003,04	1026,59	1566,43

Sensor erfasst. Zusätzlich wird die Bewegung des Aufbaus über das photogrammetrische System aufgezeichnet. Bei der Auswertung zeigt sich erneut der Nachteil der Verformung der Lastmasse. Bei steigenden Anregungsfrequenzen ergibt sich für die äußeren Bereiche der Lastmasse eine höhere Beschleunigung als direkt über dem Sensor. Daraus resultieren starke Abweichungen der ermittelten Sensitivitäten. Abbildung 4.22 zeigt den Verlauf der Sensitivitäten, ermittelt aus der Beschleunigungsmessung des Vibrometers und des photogrammetrischen Systems. Die statische Sensitivität aus dem Datenblatt des Sensors ist als Referenz eingezeichnet.

Zur zusätzlichen Analyse der Sensitivität wird die Messung mit den beiden Massekörpern, welche bereits bei der Bestimmung der Federkonstante herangezogen wurden, wiederholt. Hierbei wird die Beschleunigung an 8 verschiedenen Positionen mit dem Laservibrometer gemessen. Eine Messung mit dem photogrammetrischen Messsystem ist aufgrund der Ausrichtung der kalibrierten Kameras ohne Umbau und Rekalibrierung nicht möglich. Abbildung 4.23 zeigt die ermittelten Sensitivitäten aus beiden Versuchen.

Es ist zu erkennen, dass die ermittelten Sensitivitäten für die Massen m_{l1} und m_{l2} bis zu einer Frequenz von 500 Hz gut mit den Werten des photogrammetrischen Messsystems übereinstimmen. Oberhalb von 500 Hz wird die Auswertung der Beschleunigung mit Photogrammetrie durch die zunehmende Unterabtastung problematisch. Durch die geringere Amplitude bei höheren Frequenzen reduziert sich das SNR und die Ergebnisse des Sinus-Fit weichen zunehmend von den aufgenommenen Verschiebungen ab.

Die mittels Vibrometer ermittelten Sensitivitäten des Belastungskörpers weichen ab einer Anregungsfrequenz von 215 Hz erkennbar nach oben ab. Somit zeigt sich, dass die Position der Beschleunigungsmessung bei dem entwickelten Belastungskörper bei höheren Frequenzen einen deutlichen Einfluss auf die ermittelte Beschleunigung hat. Für die Massen m_{l1} und m_{l2} ergeben sich bei 375 Hz und 483 Hz Nickbewegungen, welche die Spanne der ermittelten Sensitivitäten in Abhängigkeit der Position, in der Abbildung als Fehlerbalken dargestellt, erhöhen. Trotzdem sind die Ergebnisse der Versuche mit diesen beiden Massen dem Belastungskörper durch ihre geringere Verformung überlegen. Bis zu einer Frequenz von 1020 Hz fällt hierbei die Sensitivität auf 95,3 % gegenüber dem statischen Wert ab.

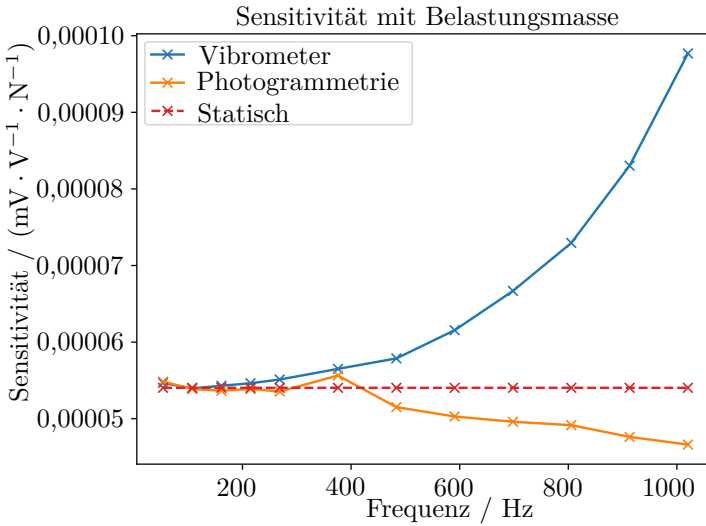


Abbildung 4.22.: Abweichung der Sensitivitäten

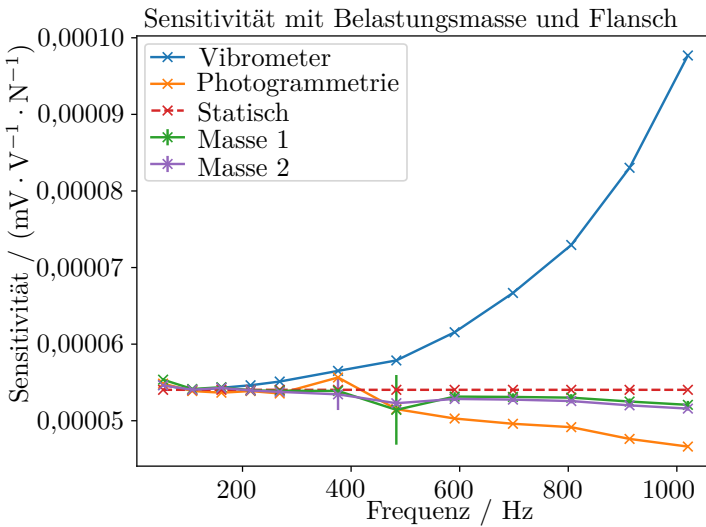


Abbildung 4.23.: Sensitivitäten bei zusätzlichem Massekörper

Zur Untersuchung der dynamischen Sensitivität für F_x und F_y werden der entwickelte Belastungskörper und der Winkeladapter, wie in Abbildung 4.10b dargestellt, eingesetzt. Die Beschleunigungen werden mittels Vibrometer an der Oberseite des Belastungskörpers an der Krafteinleitungsseite des Sensors (\ddot{x}_{x1}) und an der offenen Seite des Belastungskörpers (\ddot{x}_{x2}) gemessen. Zusätzlich wird die Beschleunigung aus der photogrammetrischen Messung an einer Seitenfläche des Belastungskörpers ausgewertet. Abbildung 4.24 zeigt den Verlauf der ermittelten Amplituden der axialen Beschleunigung $\hat{\ddot{x}}_x$ sowie die Winkelbeschleunigung $\hat{\ddot{\varphi}}_y$ um die Y-Achse des Sensors bei Beschleunigung in der X-Achse. Wie in der FEM-Analyse in Kapitel 4.3.3 simuliert, tritt bei Frequenzen von 350 Hz bis 500 Hz eine starke Nickbewegung auf, welche besonders in der Winkelbeschleunigung $\hat{\ddot{\varphi}}_y$ zu erkennen ist. In den Signalen des Laservibrometers ist diese Nickbewegung durch die starke Abweichung der Amplituden $\hat{\ddot{x}}_{x1}$ und $\hat{\ddot{x}}_{x2}$ zu erkennen. Zusätzlich zeigt sich in den Rohdaten der Vibrometersignale eine Phasenverschiebung von 180° zwischen den Beschleunigungen an diesen beiden Positionen bei den Frequenzen 375,9 Hz und 483,3 Hz. Da für die wirkende Kraftkomponente die Beschleunigung des Massenschwerpunktes des Belastungskörpers relevant ist und dieser mittig im Belastungskörper liegt, wird die mittlere Beschleunigung $\hat{\ddot{x}}_{\bar{x}}$ aus den beiden Vibrometermessungen berechnet. Hierzu werden die Vorzeichenwechsel bei den oben erwähnten Frequenzen berücksichtigt. Die mittlere Beschleunigung ist zusätzlich in Abbildung 4.24 unten eingezeichnet. Der Verlauf der mittleren Beschleunigung $\hat{\ddot{x}}_{\bar{x}}$ entspricht qualitativ der aus der photogrammetrischen Messung ermittelten axialen Beschleunigung $\hat{\ddot{x}}_x$.

Die dynamische Sensitivität wird erneut nach Gleichung (4.11) berechnet. Abbildung 4.25 zeigt den Verlauf der Sensitivität für die mittlere Beschleunigung aus der Vibrometermessung und für die axiale Beschleunigung aus der photogrammetrischen Messung. Bei 375,9 Hz zeigt sich eine deutliche Abweichung der ermittelten Sensitivität vom statischen Wert. Dies lässt sich durch die bei dieser Frequenz dominierende Nickbewegung und die damit verbundene Schwierigkeit der Identifikation der Beschleunigung in der entsprechenden Sensorachse erklären. Unterhalb dieser Frequenz steigt die ermittelte Sensitivität leicht an, wobei der Anstieg bei der photogrammetrischen Messung stärker ausfällt als bei den vom Vibrometer ermittelten Beschleunigungen. Oberhalb von 375,9 Hz fällt die Sensitivität für beide Messungen unter den statischen Wert, was schon bei der Sensitivität der Z-Achse beobachtet wurde. Auch hier liegt der Wert

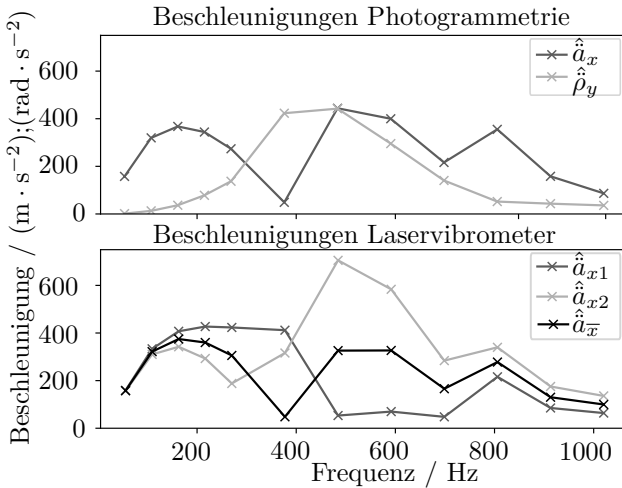


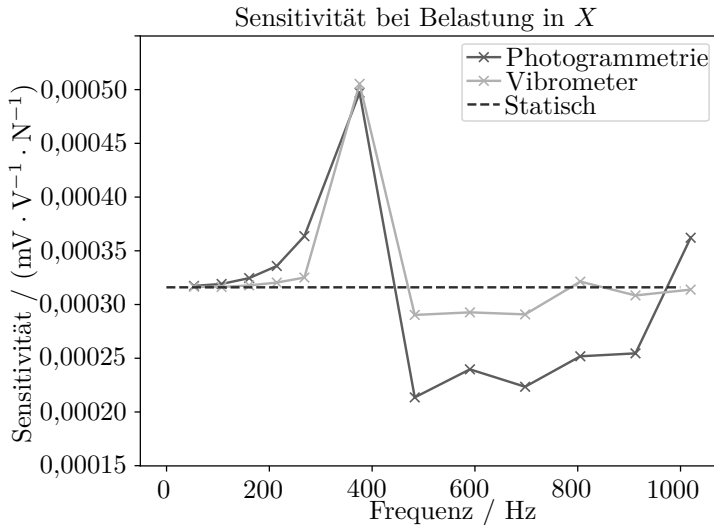
Abbildung 4.24.: Beschleunigung der Lastmasse bei Anregung in X

des photogrammetrischen Messsystems deutlich unter den Ergebnissen des Vibrometers, was erneut mit dem schlechten SNR und der zunehmenden Unterabtastung des Signals erklärt werden kann.

4.5.4. Passive Kanäle bei axialer Kraftanregung

Für den Versuchsaufbau mit axialer Kraftanregung wird der Einfluss auf die nicht in der Anregungsrichtung liegenden Kraft- und Momentkanäle, nachfolgend als passive Kanäle bezeichnet, untersucht. Die Amplituden der Sensorsignale der entsprechenden Kanäle sind in Abbildung 4.26 oben dargestellt. Es ist ein deutlicher Anstieg der Signale mit zunehmenden Frequenzen zu erkennen. Die Amplitude des Signals des angeregten Kanals liegt bei $0,092 \text{ mV} \cdot \text{V}^{-1}$ bei $53,7 \text{ Hz}$ und steigt auf $0,304 \text{ mV} \cdot \text{V}^{-1}$ bei $1020,3 \text{ Hz}$, wobei sie zwischen $161,1 \text{ Hz}$ und $590,7 \text{ Hz}$ annähernd konstant bei $0,165 \text{ mV} \cdot \text{V}^{-1}$ liegt. Die reinen Signalverläufe lassen auf ein Übersprechen zwischen dem angeregten und den passiven Kanälen schließen.

Abbildung 4.26 unten zeigt die mittels Photogrammetrie ermittelten Amplituden der Beschleunigungen der Lastmasse in den passiven Achsen. Auch hier ist ein Anstieg der Amplituden, speziell für \hat{x}_x und $\hat{\varphi}_x$

Abbildung 4.25.: Sensitivität bei Anregung in X

oberhalb von 800 Hz zu erkennen. Wie bereits bei der Analyse der Sensitivitäten beschrieben, müssen diese Werte durch die geringen Amplituden der Auslenkungen und die hohe Unterabtastung speziell bei den hohen Anregungsfrequenzen hinterfragt werden. Jedoch zeigen die Ergebnisse, dass die erfassten Sensorsignale durchaus von einer Beschleunigung in den passiven Achsen hervorgerufen werden können. Bei einer Auswertung lediglich der Vibrometerdaten, auch bei einer großen Anzahl von Messpunkten, ist diese Erkenntnis nicht möglich, da mindestens die Bewegung in X für das Vibrometer nicht sichtbar ist.

4.6. Empfehlungen zur Optimierung der dynamischen Mehrkomponentenkalibrierung

Das Feld der dynamischen Kalibrierung von MKS bietet viel Potential für weitere Forschung und Entwicklung. Die im Rahmen dieser Arbeit

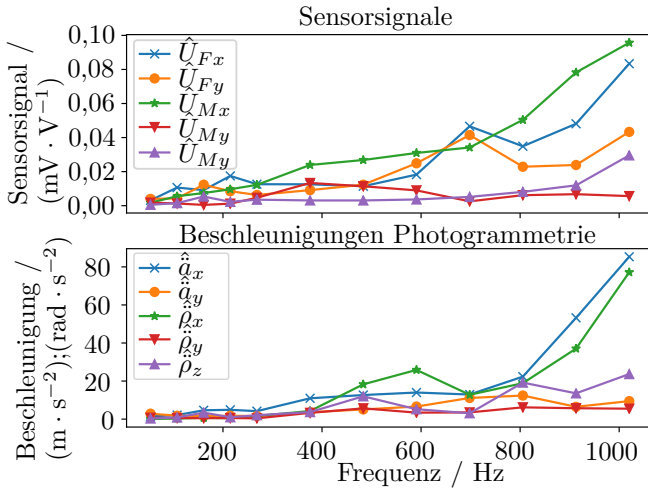


Abbildung 4.26.: Auswertung nicht angeregter Kanäle

durchgeführten Untersuchungen stellen hierzu eine gute Grundlage bereit. Bei der Bearbeitung der Problemstellung konnten verschiedene Bereiche identifiziert werden, die sich für eine zukünftige Betrachtung anbieten. Dabei wird zwischen experimentellen und konzeptionellen Herausforderungen unterschieden.

4.6.1. Mögliche Verbesserungen des Versuchsaufbaus

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Versuchsaufbau zeigt deutliche Vorteile gegenüber bisher verwendeten Umsetzungen. Jedoch weist er weiterhin Schwächen auf, welche optimiert werden können.

In Kapitel 4.5.2 und 4.5.3 ist beschrieben, dass die Steifigkeit der entworfenen Lastmasse im Bereich der ermittelten Federsteifigkeit des untersuchten Sensors liegt. Diese Eigenschaft erschwert die Untersuchungen des Systems. Ziel einer weiteren Optimierung des Belastungskörpers kann entsprechend eine höhere Steifigkeit sein. Dies kann z.B. durch alternative Materialien oder ein optimiertes Design erreicht werden. Hierbei muss jedoch berücksichtigt werden, dass das aktuelle Design mit herkömmlichen Fertigungsverfahren schon sehr anspruchsvoll in der Herstellung ist.

Bei der Untersuchung von Kräften in X und Y sowie Momenten in Z zeigt die Steifigkeit des Winkeladapters einen starken Einfluss auf das Systemverhalten. Vergleichbar zum Belastungskörper ist auch hier das aktuelle Design mit herkömmlichen Fertigungsverfahren schon sehr aufwändig in der Herstellung. Optimierungen können hier, auch hinsichtlich des Gewichtes, durch neue Fertigungsverfahren der additiven Fertigung erreicht werden. Dies kann zusätzliche Freiheitsgrade im Design eröffnen, welche die Steifigkeit und das Gewicht des Aufbaus optimieren können. Alternativ ist es möglich, den Winkeladapter mit Kragarm komplett zu umgehen, indem die Untersuchung auf einem Schwingerreger mit horizontaler Anregung oder mit mehreren Anregungsrichtungen durchgeführt wird [108].

Einen möglichen Einfluss auf die wirkenden Kraft- und Momentkomponenten haben die Anschlusskabel des zu kalibrierenden Sensors. Gegenüber uniaxialen Sensoren erhöht sich dieser Einfluss durch die zusätzliche Anzahl von Messkanälen und die dadurch benötigten Kabel. Um den Einfluss zu reduzieren, können die Kabel über eine Zugentlastung an den Adaptern oder der Armatur des Schwingerregers befestigt werden.

Der Einsatz eines photogrammetrischen Messsystems zur Erfassung der Bewegung der Lastmasse mit sechs Freiheitsgraden zeigt deutliches Potential für die Analyse im dynamischen Aufbau. In der aktuellen Konfiguration ist der Aufbau gut für Frequenzen bis zu 500 Hz geeignet. Für höhere Frequenzen ist eine stärkere Vergrößerung der Abbildung in den Kamerasystemen sinnvoll, wodurch die Ortsauflösung insgesamt erhöht wird. Daraus folgt jedoch gegebenenfalls die Notwendigkeit, das Kamerasystem für verschiedene Aufbauten neu auszurichten und kalibrieren zu müssen. Zusätzlich kann, durch das kleinere Blickfeld im Objektraum, die Identifikation der Rotationsparameter erschwert werden.

4.6.2. Weiterer Forschungsbedarf zur dynamischen Kalibrierung

Die Entwicklung eines physikalischen Modells für MKS, speziell für die Momentkomponenten, bietet umfangreiche Forschungsmöglichkeiten. Angefangen von der Aufstellung eines entsprechenden Modells über die Bestimmung der benötigten Trägheitsmomente in den verschiedenen Achsen bis zur Bestimmung der Federsteifigkeiten und Dämpfungskoeffizienten sind hier aufwändigere Untersuchungen notwendig, als bei dem entspre-

chenden Modell für die Kraftkomponenten oder den uniaxialen Momentensor.

Eine weitere Herausforderung ergibt sich, wie auch bei der statischen Untersuchung, aus der notwendigen Transformation zwischen Referenz- und Sensorkoordinatensystem. Während im statischen Fall das Koordinatensystem des Sensors im idealen Fall mit einer festen Transformation zum Referenzkoordinatensystem beschrieben werden kann, ist im dynamischen Fall die Transformation möglicherweise abhängig von der Zeit und der Last des Systems. Am Beispiel der dynamischen Kraftbelastung in X mit Kragarm soll dieses Problem skizziert werden. Abbildung 4.27 zeigt den Fall einer Rotation um die Y -Achse als Resultat des Kragarmaufbaus. Das Koordinatensystem des Sensors rotiert ebenfalls um die Y -Achse während die angreifende Kraft entlang der Anregungsrichtung des Schwingerregers erzeugt wird. Entsprechend ist es notwendig, die Koordinatentransformation zu jedem Zeitpunkt der Messung zu bestimmen, um die anliegenden Kraft- und Momentvektoren auf das Sensorkoordinatensystem beziehen zu können.

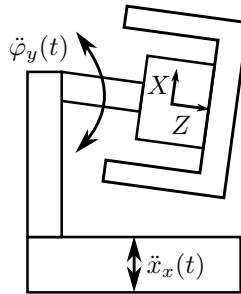


Abbildung 4.27.: Koordinatensystem in Abhängigkeit der Auslenkung

5. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden statische und dynamische Verfahren zur Charakterisierung von Sensoren für überlagerte Kraft- und Momentvektoren untersucht. Ziel war es, die Unsicherheit bei der statischen Kalibrierung zu reduzieren und einen Aufbau und Ablauf für eine dynamische Untersuchung zu entwickeln. Hierzu wurden erstmalig klassische Methoden der statischen und dynamischen Kalibrierung von Kraft- und Momentsensoren mit photogrammetrischen Messverfahren kombiniert. Mit dieser Erweiterung konnten deutliche Verbesserungen bei der Unsicherheit und der Identifikation von Störkomponenten erreicht werden.

5.1. Statische Referenzmessung

Die an der PTB vorhandenen Referenzmesseinrichtung für MKS konnte durch ein überarbeitetes physikalisches Modell optimiert werden. Die notwendigen Geometrieparameter, welche zur Beschreibung des physikalischen Modells notwendig sind, wurden durch den Einsatz verschiedener optischer Messverfahren identifiziert. Der Einsatz von optischen Messungen bot hier den Vorteil, dass die Referenzmessanlage zur Messung nicht in eine geeignete Messeinrichtung transportiert werden musste sondern vor Ort untersucht werden konnte. Anhand des Modells und der identifizierten Parameter wurde eine MUB aufgestellt. Dabei zeigte sich, dass die Unsicherheit der optischen Koordinatenmessung einen zu vernachlässigenden Einfluss auf die resultierende Unsicherheit hat. Eine relative Unsicherheit von $2,2 \cdot 10^{-4}$ wurde bei einer Großzahl der Lastfälle unterschritten.

Bei der Untersuchung des mechanischen Verhaltens der Referenzmesseinrichtung konnten Einflüsse des Aufwärmverhaltens sowie der Steifigkeit und Ansteuerung identifiziert werden. Es zeigte sich, dass außer der Er-

wärmung der Referenzsensoren diese Einflüsse keinen relevanten Einfluss auf das Messergebnis haben.

Zur Untersuchung der Deformation der zu kalibrierenden Sensoren wurde ein photogrammetrisches Messsystem in der Referenzmesseinrichtung installiert. Mit Hilfe dieses Systems konnte die Verformung und Steifigkeit eines kommerziellen Sensors untersucht werden. Die Ergebnisse zeigten noch eine deutliche Abweichung von den Angaben im Datenblatt und müssen entsprechend weiter untersucht werden.

Um die Transformation zwischen Sensor- und Referenzkoordinatensystem zu bestimmen, wurde ein iteratives Optimierungsverfahren entwickelt. Mit diesem Verfahren konnte die Ausrichtung eines Sensors aus den aufgenommenen Messwerten ermittelt werden. Dieses Verfahren wurde auch verwendet, um eine Verschiebung des Sensorkoordinatensystems unter verschiedenen Lastfällen zu untersuchen.

In einer beispielhaften Kalibrierung wurde die Sensitivitätsmatrix eines kommerziell erhältlichen MKS ermittelt und mit der Sensitivitätsmatrix des Herstellers verglichen. Für die Hauptdiagonale der Sensitivitätsmatrix, welche der Empfindlichkeit der einzelnen Kanäle entspricht, konnte eine gute Übereinstimmung mit den Herstellerangaben erzielt werden. Bei den Matrixelementen außerhalb der Hauptdiagonale zeigten sich deutliche Abweichungen. Diese Komponenten beschreiben das Signalübersprechen der nicht aktiven Kanäle auf die aktiven Kanäle. Diese Abweichungen konnten durch die unterschiedlichen Lastfälle in den Kalibriermessungen und die abweichende Definition der Koordinatensysteme erklärt werden.

5.2. Dynamische Referenzmessung

Für die Untersuchung des dynamischen Verhaltens wurde ein vorhandener Messaufbau um ein photogrammetrisches Messsystem zur Bestimmung der Verschiebung eines Körpers mit sechs Freiheitsgraden erweitert. Es konnte gezeigt werden, dass das Messsystem trotz Unterabtastung mit einer geeigneten Auswertestrategie für den Einsatz im dynamischen Aufbau geeignet ist.

Die Anregung einzelner Lastkomponenten mit möglichst geringen Störkomponenten konnte durch eine spezielle Konstruktion von Lastkörpern und Adaptoren umgesetzt werden. Ziel war es dabei, den Massenschwer-

punkt der Belastungskörper in den Ursprung des Sensorkoordinatensystems zu legen.

Mit diesen Bauteilen und dem photogrammetrischen Messsystem wurden verschiedene Versuche durchgeführt. Aus den Messergebnissen konnten die Parameter eines physikalischen Modells für die Kraftkomponenten des MKS identifiziert werden. Beim Vergleich der Ergebnisse des photogrammetrischen Systems mit der konventionellen Auswertung mittels Laservibrometer konnten Übereinstimmungen bis zu einer Anregfrequenz von 500 Hz festgestellt werden. Für höhere Frequenzen wurde durch eine sehr geringe Amplitude der Auslenkung die photogrammetrische Auswertung erschwert.

5.3. Ausblick

Die Ergebnisse, die in dieser Arbeit erzielt wurden, zeigen ein deutliches Potential der untersuchten Anlagen. Für den Einsatz als Kalibriereinrichtungen sind jedoch noch verschiedene Fragestellungen zu behandeln.

Für den Einsatz der statischen Referenzmesseinrichtung ist eine Identifikation der Koordinatentransformation eine essenzielle Voraussetzung zur vergleichbaren Kalibrierung. Um einen Bezug zur äußeren Geometrie des zu kalibrierenden Sensors herstellen zu können, kann die Referenzmesseinrichtung um eine geeignete Koordinatenrepräsentation erweitert werden. Diese kann in Kombination mit einem mobilen Koordinatenmessarm zur Bestimmung der Koordinatentransformation zwischen Sensor und Referenz eingesetzt werden.

Einen weiteren Schwerpunkt stellt die Frage nach dem Übersprechen zwischen den verschiedenen Sensorkanälen bei kombinierten Lastfällen dar. Hierzu sind umfangreiche Versuche und Auswertungen, nach Möglichkeit mit Sensoren verschiedener Bauformen, notwendig. In diesem Zusammenhang ist zu empfehlen, auch die Beschreibung der Sensitivitäten über Funktionen höherer Ordnungen mit entsprechenden gemischten Übersprechtermen ausführlicher zu untersuchen.

Zur Vereinheitlichung von Verfahren, Beschreibungen und Auswertungen ist zusätzlich die Entwicklung einer Richtlinie oder Norm zur statischen Kalibrierung von MKS wünschenswert.

Im dynamischen Aufbau zeigen sich Optimierungsmöglichkeiten im Aufbau des photogrammetrischen Systems und der Belastungs- und Adapti-

onselemente. Um eine Analyse bei Frequenzen oberhalb von 500 Hz durchführen zu können, kann ein photogrammetrisches System mit höherer Ortsauflösung eingesetzt werden. Speziell die geringe Auslenkung bei hohen Frequenzen führt zu einem schlechten SNR, was die Auswertung erschwert. Durch größere Brennweiten der eingesetzten Objektive oder geringere Abstände zwischen Kameras und Messobjekt kann die Ortsauflösung verbessert werden. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass mit einer höheren Ortsauflösung der Schärfebereich der Abbildung reduziert wird. Daraus ergeben sich höhere Anforderungen an die Ausrichtung und Positionierung der Kameras und der beobachteten Flächen.

Die entwickelten Belastungskörper und Adaptionselemente zeigen bei höheren Frequenzen eine deutliche Nachgiebigkeit, welche sich mit dem gewünschten Messeffekt des zu untersuchenden Sensors überlagert. Durch alternative Materialien oder optimiertes Design, auch in Kombination mit neuen Fertigungsverfahren, kann diese Nachgiebigkeit weiter gesenkt werden. Jedoch ist das Design in der aktuellen Form schon sehr aufwändig und muss für jeden zu kalibrierenden Sensor neu angepasst werden. Für einen kommerziellen Kalibrierbetrieb ist dieser Aufwand nicht umsetzbar und gerechtfertigt.

Um die Auswertung der dynamischen Untersuchungen weiter zu verbessern, kann das eingesetzte physikalische Modell erweitert werden. Speziell die Annahme einer starren Belastungsmasse trifft bei höheren Frequenzen nicht mehr zu. Für die Momentkomponenten ist die Entwicklung eines physikalischen Modells generell weiter zu betrachten.

Bei der Parameteridentifikation ist Optimierungsbedarf speziell bei der Bestimmung der Dämpfungskoeffizienten. Diese weisen in der aktuellen Form noch große Abweichungen bei veränderten Massen auf.

Des Weiteren ist eine umfangreiche Untersuchung der Messunsicherheit nach dem aktuellen Stand der dynamischen Unsicherheitsbetrachtung [109] erforderlich.

Nomenklatur

Lateinische Formelzeichen

$2f$	Abstand zwischen Fußgelenken	mm
$2g$	Abstand zwischen Kopfgelenken	mm
b	Dämpfungskoeffizient	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
c	Federkonstante	$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$
c_i	Sensitivitätskoeffizient	var.
c_i	Matrix von Sensitivitätskoeffizienten	var.
d	Normal verteilte Zufallszahl	–
ΔT	Temperaturdifferenz zu $T = 20^\circ\text{C}$	K
E	Einheitsmatrix	–
f	Frequenz	Hz
F	Kraftsignal	N
f	Funktion eindimensional	var.
f	Funktion mehrdimensional	var.
F	Kraftvektor $[F_x, F_y, F_z]^T$	N
g_{loc}	lokale Erdbeschleunigung	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
h	Abstand zwischen Plattformen	mm
i	Laufvariable	
I	Vektor von Gleichungen	–
J	Massenträgheitsmoment	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
k	Koordinate $[X, Y, Z]^T$	mm
k_0	initiale Koordinate	mm
k_{uoi}	Richtungsvektor von k_{ui} nach k_{oi}	mm
k'	Berechnete Koordinate	mm
k	Erweiterungsfaktor	–
K	Koordinatensystem	–
K'	Koordinatensystem	–
L	Beinlänge	mm
m	Masse	kg

M	Momentsignal	N
\mathbf{M}	Momentvektor $[M_x, M_y, M_z]^T$	$N \cdot m$
N	Anzahl von Eingangsgrößen	–
n	Anzahl von Beobachtungen	–
$n_{i,i+1}$	Abstand zwischen Gelenken i und $i + 1$	mm
\mathbf{n}	Normalenvektor	–
o	Offset	var.
P	Punkt	–
P'	transformierter Punkt	–
\mathbf{p}	Vektor von Eingangswerten	var.
q	Messgröße	var.
q_k	Unabhängige Beobachtung der Größe q	var.
\bar{q}	arithmetisches Mittel div. Einzelmessungen	var.
Q	Parameter der kin. Elemente	var.
r	Radius	var.
\mathbf{R}	Rotationsmatrix	–
\mathbf{r}	Abstandsvektor	m
S	Sensitivität des Sensors	z.B. $mV/(V \cdot N)$
s	Standardabweichung	var.
s	Skalierungsfaktor	–
\mathbf{S}	Sensitivitätsmatrix	z.B. $mV/(V \cdot N)$
T	Referenztemperatur (20 °C)	°C
t_a	Belichtungszeit	s
t_{ij}	Abstand zwischen Gelenken i und Punkt j	mm
t_p	Periodendauer	s
\mathbf{T}	Translationsvektor	mm
U	Sensorsignal	var. z.B. $mV \cdot V^{-1}$
u_c	kombinierte Standardunsicherheit	var.
u	Unsicherheit	var.
\mathbf{U}	Sensorsignalvektor	var. z.B. $mV \cdot V^{-1}$
v	Steifigkeit der Beine	mm/kN
X	X-Koordinate	mm
x	Auslenkung	mm
\ddot{x}	Beschleunigung (skalar)	$m \cdot s^{-2}$
$\hat{\ddot{x}}$	Amplitude der Beschleunigung	$m \cdot s^{-2}$
$\ddot{\mathbf{x}}$	Beschleunigung (vektoriell)	$m \cdot s^{-2}$
\hat{x}	Amplitude	var.

X	Eingangsgröße einer Messung	var.
x	Messwert	var.
\bar{x}	gemittelte Auslenkung	mm
\mathbf{X}	Pose des Endeffektors	var.
\mathbf{x}	Vektor von Eingangsparametern	var.
Y	Y-Koordinate	mm
Y	Wahrer Wert einer Größe	var.
y	Schätzwert einer Größe	var.
\mathbf{y}	Vektor von Variablen	var.
Z	Z-Koordinate	mm

Griechische Formelzeichen

α	Anstellwinkel	rad
α_T	thermischer Ausdehnungskoeffizient	K ⁻¹
β	Winkel zwischen Bein und x-Achse	rad
Δ	Unsicherheit einer Größe	var.
δ	Verschiebung	mm
κ	Koordinatentransformation	–
μ	Mittelwert	–
φ	Azimuthwinkel	°
ϕ	Phase	rad
ψ	Inklinationswinkel	°
ρ	Rotationswinkel	rad
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung (skalar)	rad · s ⁻²
$\hat{\varphi}$	Amplitude der Winkelbeschleunigung	rad · s ⁻²
$\boldsymbol{\rho}$	Vektor der Rotationswinkel $[\rho_z, \rho_y, \rho_x]^T$	rad
σ	Standardabweichung	–
θ	Rotationswinkel der oberen Plattform	rad

Hochzeichen und Indizes

$_0$	initiale Größe
$_b$	Biegung
$'$	berechnete Größe nach Optimierung

d	Drehung
e	erreichte Größe
F	Kraft
i	Laufvariable
in	initial
j	zusätzliche Koordinaten (7, 8)
l	Lastmasse
M	Moment
o	oberes Element
r	Referenzgröße
s	Sensorgröße
t	Ziel- / Stellgröße
tr	transformiert
u	unteres Element
v	Schwingerreger
x	X-Koordinate
y	Y-Koordinate
z	Z-Koordinate

Abkürzungen

AD	Analog-Digital
DFT	diskrete Fouriertransformation
DIC	digital image correlation
DMS	Dehnungsmessstreifen
FEM	Finite Elemente Methode
FFT	fast Fourier transform
GUM	Guide to the expression of uncertainty in measurement
INRiM	Instituto Nazionale di Ricerca Metrologica
IPROM	Institut für Produktionsmesstechnik
LSM	least-squares method

MCM	Monte-Carlo-Methode
MKS	Mehrkomponentensensor
MUB	Messunsicherheitsbilanz
PDF	probability density function
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
SI	Système international d'unités
SiF	Satz der impliziten Funktion
SNR	signal-to-noise ratio
SWZ	Singulärwertzerlegung
VIM	Vocabulaire international de métrologie

Literatur

- [1] A. Bray, G. Barbato und R. Levi. *Theory and Practice of Force Measurement*. Hrsg. von T. J. Quinn. Academic Press, 1990.
- [2] R. D. Galway. *A Comparison of methods for calibration and use of multi-component strain gauge wind tunnel balances*. Ottawa: National Research Council Canada, 1980.
- [3] B. Ewald. “Multi-component force balances for conventional and cryogenic windtunnels”. In: *Measurement Science and Technology* 11(6) (2000), R81–R94. DOI: 10.1088/0957-0233/11/6/201.
- [4] H.-C. Möhring, K. M. Litwinski und O. Gümmer. “Process monitoring with sensory machine tool components”. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 59(1) (2010), S. 383–386. DOI: 10.1016/j.cirp.2010.03.087.
- [5] R. Teti u. a. “Advanced monitoring of machining operations”. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 59(2) (2010), S. 717–739. DOI: 10.1016/j.cirp.2010.05.010.
- [6] G.-S. Kim, H.-J. Shin und J. Yoon. “Development of 6-axis force/moment sensor for a humanoid robot’s intelligent foot”. In: *Sensors and Actuators A* 141 (2008), S. 276–281. DOI: 10.1016/j.sna.2007.08.011.
- [7] Q. Liang u. a. “Calibration and decoupling of multi-axis robotic Force/Moment sensors”. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 49 (2018), S. 301–308. DOI: 10.1016/j.rcim.2017.08.008.
- [8] A. Romiti und M. Sorli. “Force and moment measurement on a robotic assembly hand”. In: *Sensors and Actuators A* 32 (1992), S. 531–538. DOI: 10.1016/0924-4247(92)80039-6.

- [9] K.-J. Xu, C. Li und Z.-N. Zhu. “Dynamic Modeling and Compensation of Robot Six-Axis Wrist Force/Torque Sensor”. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 56(5) (2007), S. 2094–2100. DOI: 10.1109/TIM.2007.904553.
- [10] J. T. Harvey u. a. “An analysis of the forces required to drag sheep over various surfaces”. In: *Applied Ergonomics* 33(6) (2002), S. 523–531. DOI: 10.1016/S0003-6870(02)00071-6.
- [11] K. Mabuchi u. a. “Frictional Coefficient under Banana Skin”. In: *Tribology Online* 7(3) (2012), S. 147–151. DOI: 10.2474/trol.7.147.
- [12] A. Simonis und C. Schindler. “Measuring the wheel-rail forces of a roller coaster”. In: *Journal of Sensors and Sensor Systems* 7(2) (2018), S. 469–479. DOI: 10.5194/jsss-7-469-2018.
- [13] H. Stroppe. *Physik für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften*. Fachbuchverlag Leipzig, 2018.
- [14] P. A. Tipler und G. Mosca. *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Hrsg. von J. Wagner. Springer Spektrum, 2015.
- [15] P. Giesecke. *Mehrkomponentenaufnehmer und andere Smart Sensors*. Expert Verlag, 2007.
- [16] L. Klaus. *Entwicklung eines primären Verfahrens zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung*. 1. Auflage. PTB-Berichte. Mechanik und Akustik (MA). Bremen: Wirtschaftsverlag NW, 2016.
- [17] J. Schleichert. “Entwicklung und Untersuchung von Mehrkomponentensensoren für Kraft und Drehmoment”. Diss. Ilmenau, 2016. URL: https://www.db-thueringen.de/receive/dbt_mods_00029037.
- [18] O. Mack. *Verhalten piezoelektrischer Kraftaufnehmer unter Wirkung mechanischer Einflussgrößen*. Bd. 77. PTB-Bericht MA, Mechanik und Akustik. Bremerhaven: Wirtschaftsverl. NW Verl. für neue Wissenschaft, 2006.
- [19] C.-G. Kang. “Closed-form force sensing of a 6-axis force transducer based on the Stewart platform”. In: *Sensors and Actuators A* 90(1-2) (2001), S. 31–37. DOI: 10.1016/S0924-4247(00)00564-1.

- [20] R. Ranganath u. a. “A force-torque sensor based on a Stewart Platform in a near-singular configuration”. In: *Mechanism and Machine Theory* 39(9) (2004), S. 971–998. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.04.005.
- [21] C. M. Oddo u. a. “Investigation on calibration methods for multi-axis, linear and redundant force sensors”. In: *Measurement Science and Technology* 18(3) (2007), S. 623–631. DOI: 10.1088/0957-0233/18/3/011.
- [22] S. Desogus u. a. “Developing multicomponent force transducers at INRiM”. In: *Proceedings of the 21st IMEKO Conference on Measurement of Force, Mass and Torque*. 2010, S. 17–19.
- [23] D. Schwindt. “Multicomponent-Transducers: Definition, Construction Types and Calibration Consideration”. In: *Proceedings of the 21st IMEKO Conference on Measurement of Force, Mass and Torque*. 2010.
- [24] D. Schwindt und H. Raabe. “A New Calibration Procedure for Multicomponent Transducers”. In: *Proceedings of the 20th IMEKO World Congress*. 2012.
- [25] G. Genta u. a. “Metrological characterization of an hexapod-shaped Multicomponent Force Transducer”. In: *Measurement* (78) (2016), S. 202–206. DOI: 10.1016/j.measurement.2015.09.054.
- [26] S. Palumbo u. a. “Design and metrological evaluation of the new 5 MN hexapod-shaped multicomponent build-up system”. In: *Metrologia* 53(3) (2016), S. 956–964. DOI: 10.1088/0026-1394/53/3/956.
- [27] R. Marangoni u. a. “A self-calibrating multicomponent force/torque measuring system”. In: *Measurement Science and Technology* 29(7) (2018), S. 074002. DOI: 10.1088/1361-6501/aac00f.
- [28] D. Peschel u. a. “The new 1,1 MN · m Torque Standard Machine of the PTB Braunschweig / Germany”. In: *Proceedings of IMEKO Force, Mass and Torque Measurements 2005, Cairo, Egypt*. 2005.
- [29] R. Kümme u. a. “PTB’s new 200 kN Deadweight Force Standard Machine”. In: *IMEKO TC3, TC5, TC22 International Conference 2017*. 2017.

- [30] ISO International Organization for Standardization. *Metallic materials - Calibration of force-proving instruments used for the verification of uniaxial testing machines*. Norm ISO 376. 6.2011.
- [31] DIN Deutsches Institut für Normung. *Metallische Werkstoffe - Kalibrierung der Kraftmessgeräte für die Prüfung von Prüfmaschinen mit einachsiger Beanspruchung*. Norm DIN EN ISO 376. 9.2011.
- [32] DAkkS-DKD-R 3-3. *Kalibrierung von Kraftmessgeräten*. Richtlinie. Deutsche Akkreditierungsstelle, 2018. DOI: 10.7795/550.20180823F.
- [33] DIN Deutsches Institut für Normung. *Werkstoffprüfmaschinen – Kalibrierung von Drehmomentmessgeräten für statische Drehmomente*. Norm DIN 51309. 12.2005.
- [34] C. Ferrero u. a. “New automatic multicomponent calibration system with crossed-flexure levers”. In: *Proceedings of the 3rd International Symposium on Measurement and Control in Robotics, IMEKO TC17*. 1993, Cm.I-31–Cm.I-39.
- [35] G.-S. Kim. “The development of a six-component force/moment sensor testing machine and evaluation of its uncertainty”. In: *Measurement Science and Technology* 11(9) (2000), S. 1377–1382. DOI: 10.1088/0957-0233/11/9/318.
- [36] G.-S. Kim und J. Yoon. “Development of Calibration System for Multi-Axis Force/Moment Sensor and its Uncertainty Evaluation”. In: *Journal of the Korean Society for Precision Engineering* 24(10) (2007), S. 91–98.
- [37] R. Takada u. a. “An analysis of errors on 6-component force/moment calibration machines”. In: *Proceedings of the 11th IMEKO World Congress*. 1988.
- [38] S. Baumgarten, H. Kahmann und D. Röske. “Metrological characterization of a 2 kN · m torque standard machine for superposition with axial forces up to 1 MN”. In: *Metrologia* 53(5) (2016), S. 1165–1176. DOI: 10.1088/0026-1394/53/5/1165.
- [39] G. Barbato, S. Desogus und A. Germak. “Calibration System for multicomponent force and moment transducers”. In: *Experimental mechanics*. Hrsg. von E. G. Little. Amsterdam und New York: Elsevier, 1992, S. 341–352.

- [40] J. Schleichert u. a. “Calibration and uncertainty analysis for multi-component force/torque measurements”. In: *tm - Technisches Messen* 84(2) (2017), S. 130–136. DOI: 10.1515/teme-2016-0048.
- [41] D. Röske, D. Peschel und K. Adolf. “The Generation and Measurement of Arbitrarily Directed Forces and Moments: The Project of a Multicomponent Calibration Device Based on a Hexapod Structure”. In: *Proceedings of the 17th International Conference of IMEKO TC3*. 2001, S. 339–349.
- [42] D. Röske. “Metrological Characterization of a Hexapod for a Multi-Component Calibration Device”. In: *Proceedings of the 17th IMEKO World Congress*. 2003, S. 347–351.
- [43] DAKkS-DKD-R 3-10 Blatt 1. *Dynamische Kalibrierung von einachsig beanspruchten Kraftmessgeräten und Prüfmaschinen (Grundlagen)*. Richtlinie. Deutsche Akkreditierungsstelle, 2017. DOI: 10.7795/550.20180823F.
- [44] R. Kümme. *Untersuchung eines direkten Verfahrens zur dynamischen Kalibrierung von Kraftmessgeräten: Ein Beitrag zur Verringerung der Messunsicherheit*. PTB-Bericht PTB-MA-48. Bremerhaven: Wirtschaftsverl. NW, Verl. für Neue Wiss, 1996.
- [45] T. Bruns u. a. “From oscillation to impact: The design of a new force calibration device at PTB”. In: *Measurement* 32(1) (2002), S. 85–92. DOI: 10.1016/S0263-2241(01)00048-3.
- [46] C. Bartoli u. a. “Traceable dynamic measurement of mechanical quantities: Objectives and first results of this european project”. In: *International Journal of Metrology and Quality Engineering* 3(3) (2012), S. 127–135. DOI: 10.1051/ijmqe/2012020.
- [47] C. Schlegel u. a. “Traceable periodic force calibration”. In: *Metrologia* 49(3) (2012), S. 224–235. DOI: 10.1088/0026-1394/49/3/224.
- [48] N. Vljaci und A. Chijioko. “Traceable dynamic calibration of force transducers by primary means”. In: *Metrologia* 53(4) (2016), S136–S148. DOI: 10.1088/0026-1394/53/4/S136.
- [49] J. Nitsche, R. Kümme und R. Tutsch. “Dynamic characterization of multi-component sensors for force and moment”. In: *Journal of Sensors and Sensor Systems* 7(2) (Nov. 2018), S. 577–586. DOI: 10.5194/jsss-7-577-2018.

- [50] Y.-K. Park, R. Kumme und D.-I. Kang. “Dynamic investigation of a binocular six-component force-moment sensor”. In: *Measurement Science and Technology* 13(8) (2002), S. 1311–1318. DOI: 10.1088/0957-0233/13/8/320.
- [51] Y.-K. Park, R. Kumme und D.-I. Kang. “Dynamic investigation of a three-component force-moment sensor”. In: *Measurement Science and Technology* 13(5) (2002), S. 654–659. DOI: 10.1088/0957-0233/13/5/302.
- [52] Y.-K. Park u. a. “Column-type multi-component force transducers and their evaluation for dynamic measurement”. In: *Measurement Science and Technology* 19(11) (2008), S. 115205. DOI: 10.1088/0957-0233/19/11/115205.
- [53] Joint Committee for Guides in Metrology. *Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement: Guide pour l’expression de l’incertitude de mesure (GUM: 1995)*. Norm JCGM 100:2008. Geneva: Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), 2008.
- [54] Joint Committee for Guides in Metrology. *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. Norm JCGM 200:2012. Geneva: Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), 2012.
- [55] Joint Committee for Guides in Metrology. *Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method*. Norm JCGM 101:2008. Geneva: Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), 2008.
- [56] F. Schulz. *Analysis II. Funktionen mehrerer Variablen*. Oldenbourg, 2013.
- [57] K. Fritzsche. *Grundkurs Analysis 2*. Springer Spektrum, 2013. DOI: 10.1007/978-3-642-37495-1.
- [58] K. Burg u. a. *Höhere Mathematik für Ingenieure: Band II : Lineare Algebra*. 7., überarb. u. erw. Aufl. 2012. Studium. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2012. DOI: 10.1007/978-3-8348-2267-3.

- [59] C. Woernle. *Mehrkörpersysteme : Eine Einführung in die Kinetik und Dynamik von Systemen starrer Körper*. 2., erweiterte Auflage. Berlin: Springer Vieweg, 2016. DOI: 10.1007/978-3-662-46687-2.
- [60] G. Bärwolff. *Numerik für Ingenieure, Physiker und Informatiker*. 2. Auflage. Berlin: Springer Spektrum, 2016. DOI: 10.1007/978-3-662-48016-8.
- [61] K. S. Arun, T. S. Huang und S. D. Blostein. “Least-Squares Fitting of Two 3-D Point Sets”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* PAMI-9(5) (1987), S. 698–700. DOI: 10.1109/TPAMI.1987.4767965.
- [62] D. W. Eggert, A. Lorusso und R. B. Fisher. “Estimating 3-D rigid body transformations: A comparison of four major algorithms”. In: *Machine Vision and Applications* 9(5-6) (1997), S. 272–290. DOI: 10.1007/s001380050048.
- [63] F. Puente León, U. Kiencke und H. Jäkel. *Signale und Systeme*. 5. überarb. Aufl. München: Oldenbourg, 2011.
- [64] E. O. Brigham. *FFT. Schnelle Fourier-Transformation*. 6., korr. Aufl. Einführung in die Nachrichtentechnik. München [u.a.]: Oldenbourg, 1995.
- [65] C. E. Shannon. “Communication In The Presence Of Noise”. In: *Proceedings of the IEEE* 86 (1998), S. 447–457. DOI: 10.1109/jproc.1998.659497.
- [66] H. Gattringer. *Starr-elastische Robotersysteme*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. DOI: 10.1007/978-3-642-22828-5.
- [67] J.-P. Merlet. *Parallel robots*. 2. Aufl. Bd. 74. Solid mechanics and its applications. Kluwer Academic Publishers, 2006.
- [68] R. Neugebauer. *Parallelkinematische Maschinen*. Springer-Verlag, 2006. DOI: 10.1007/3-540-29939-4.
- [69] V. Parenti-Castelli und R. Di Gregorio. “Closed-Form Solution of the Direct Kinematics of the 6-3 Type Stewart Platform Using One Extra Sensor”. In: *Meccanica* 31(6) (1996), S. 705–714. DOI: 10.1007/BF00426976.

- [70] S. Szatmári. “Kinematic calibration of parallel kinematic machines on the example of the hexapod of simple design”. Diss. Dresden: Dresden, Techn. Univ., 2007.
- [71] T. Luhmann. *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. 3., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin: Wichmann, 2010.
- [72] B. Pan u. a. “Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: A review”. In: *Measurement Science and Technology* 20(6) (2009), S. 062001. DOI: 10.1088/0957-0233/20/6/062001.
- [73] M. Petz. “Rasterreflexions-Photogrammetrie : ein neues Verfahren zur geometrischen Messung spiegelnder Oberflächen”. Access date: 2018-12-16. Diss. Zugl.: Braunschweig, Techn. Univ., 2006.
- [74] D. Röske. “Investigation of Different Joint Types for a Multi-component Calibration Device Based on a Hexapod Structure”. In: *Proceedings of the 18th IMEKO TC3 Conference*. 2002.
- [75] J. Nitsche u. a. “Measurement uncertainty evaluation of a hexapod-structured calibration device for multi-component force and moment sensors”. In: *Metrologia* 54(2) (2017), S. 171–183. DOI: 10.1088/1681-7575/aa5b66.
- [76] J. Nitsche u. a. “Geometric characterization of a hexapod-structured calibration device for multi-component force and moment transducers”. In: *International Symposium on Optomechatronic Technologies (ISOT)*. 2016.
- [77] A. Raatz. “Stoffschlüssige Gelenke aus pseudo-elastischen Formgedächtnislegierungen in Pararellrobotern”. Diss. Essen: Braunschweig, Techn. Univ., 2006.
- [78] T. Strutz. *Data fitting and uncertainty: a practical introduction to weighted least squares and beyond*. Vieweg + Teubner, 2011.
- [79] VDI Verband Deutscher Ingenieure. *Optische 3D-Messsysteme*. Norm VDI/VDE 2634. Berlin.
- [80] M. Fischer, J. Nitsche und M. Petz. “Einfluss der Messpunktdichte bei Anwendung der Extremwertstatistik”. In: *6. Fachtagung Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen*. Hrsg. von VDI Wissensforum. Düsseldorf, 2013.

- [81] S. S. Shapiro und M. B. Wilk. “An analysis of variance test for normality”. In: *Biometrika* 52(3-4) (1965), S. 591–611.
- [82] S. G. Krantz und H. R. Parks. *Implicit function theorem: History, theory, and applications*. Modern Birkhäuser classics. New York: Birkhäuser, 2013.
- [83] SymPy Development Team. *SymPy*. URL: <https://www.sympy.org> (besucht am 10.12.2018).
- [84] D. W. Marquardt. “An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters”. In: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11(2) (1963), S. 431–441. DOI: 10.1137/0111030.
- [85] H. Wunderlich. *Aufbau eines FEM geeigneten CAD Modells einer Hexapod-Messeinrichtung*. Studienarbeit. 2017.
- [86] J. Nitsche, D. Röske und R. Tutsch. “Influence of coordinate system alignment on the calibration of multi-component force and moment sensors”. In: *IMEKO TC3, TC5, TC22 International Conference 2017*. 2017.
- [87] J. Nitsche u. a. “Unsicherheitsabschätzung bei der Kalibrierung sechssachsiger Kraft-Momenten-Sensoren”. In: *8. Fachtagung Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen*. Hrsg. von VDI Wissensforum. Düsseldorf, 2017.
- [88] C. Schlegel, G. Kieckenap und R. Kümme. “Application of a Scanning Vibrometer for the Periodic Calibration of Force Transducers”. In: *Proceedings of the 20th IMEKO World Congress*. 2012.
- [89] Brüel & Kjær. *LDS V830 and V850 Shaker Systems*. URL: <https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bu3110.ashx> (besucht am 13.11.2018).
- [90] C. S. Djao. *Rekonstruktion streng periodischer Schwingungen bei Unterabtastung*. Studienarbeit. 2017.
- [91] P. Selzer. *Dem Aliasing auf der Spur: Wie wir Neue Medien als Funktionen entdecken können*. 2006. URL: <http://scidok.sulb.uni-saarland.de/volltexte/2012/4669>.

- [92] A. Lavatelli, S. Turrisi und E. Zappa. “A motion blur compensation algorithm for 2D DIC measurements of deformable bodies”. In: *Measurement Science and Technology* (2018). DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aaf31a>.
- [93] J. Frese. *Untersuchung des Einflusses von Bewegungsunschärfe auf die digitale Bildkorrelation*. 2017.
- [94] J. Nitsche u. a. “Dynamische mehrdimensionale Kraftmesstechnik mittels Nahbereichsphotogrammetrie”. In: *Photogrammetrie - Laserscanning - Optische 3D-Messtechnik*. Hrsg. von Thomas Luhmann und Christina Schumacher. 2018, S. 22–29.
- [95] A. Erhardt. *Einführung in die digitale Bildverarbeitung. Grundlagen, Systeme und Anwendungen*. 1. Aufl. Studium. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2008.
- [96] B. Gräfer. *Auslegung und Aufbau eines photogrammetrischen Messsystems zur simultanen Beobachtung zweier Oberflächen*. Studienarbeit. 2018.
- [97] IDS Imaging. *UI-3060CP-M-GL Rev.2 Datenblatt*. URL: https://de.ids-imaging.com/IDS/datasheet_pdf.php?sku=AB00604 (besucht am 13.11.2018).
- [98] Point Grey. *Sony Pregius Global Shutter CMOS Imaging Performance*. Techn. Ber. 2015. URL: <http://www.ptgrey.com/white-paper/id/10795>.
- [99] Smart Vision Lights. *ODS75 Series Product Data Sheet*. URL: https://smartvisionlights.com/downloads/datasheets/ODS75_Datasheet.pdf (besucht am 13.11.2018).
- [100] M. Gronle u. a. “itom: an open source metrology, automation, and data evaluation software”. In: *Applied Optics* 53(14) (2014), S. 2974–2982. DOI: 10.1364/AO.53.002974.
- [101] Ricoh Company Ltd. *FL-BC3518-9M Product Specifications*. URL: https://industry.ricoh.com/en/fa_camera_lens/pdf/FL-BC3518-9M.pdf (besucht am 13.11.2018).

- [102] *The Path from 3Gb/s to SATA 6Gb/s: How to Migrate Current Designs to the SATA Revision 3.0 Specification*. Techn. Ber. The Serial ATA International Organization (SATA-IO), 2009. URL: <https://sata-io.org/sites/default/files/documents/SATA-6-Gbs-The-Path-from-3gbs-to-6gbs.pdf>.
- [103] Dewetron. *DAQP-BRIDGE-B Module Technical reference manual*. 2012. URL: <https://ccc.dewetron.com> (besucht am 10. 10. 2018).
- [104] L. Klaus, M. F. Beug und T. Bruns. “A new Calibration Set-Up for the Dynamic Calibration of Bridge Amplifiers from DC up to 10 kHz”. In: *IMEKO TC3, TC5, TC22 International Conference 2017*. 2017.
- [105] National Instruments. *PXI-449x Specifications*. 2012. URL: <http://www.ni.com/pdf/manuals/372125f.pdf> (besucht am 10. 10. 2018).
- [106] G. Varoquaux, E. Gouillart und O. Vahtras. *Scipy Lecture Notes*. Release 2018.1. URL: <http://www.scipy-lectures.org/> (besucht am 19. 11. 2018).
- [107] J. Nitsche u. a. “Design of a calibration setup for the dynamic analysis of multi-component force and moment sensors”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 1065 (Aug. 2018), S. 042004. DOI: 10.1088/1742-6596/1065/4/042004.
- [108] L. Klaus und M. Kobusch. “Seismometer Calibration Using a Multi-Component Acceleration Exciter”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 1065 (2018), S. 222014. DOI: 10.1088/1742-6596/1065/22/222014.
- [109] T. Esward u. a. “Estimating dynamic mechanical quantities and their associated uncertainties: application guidance”. In: *Metrologia* 56(1) (2019), S. 015002. DOI: 10.1088/1681-7575/aaeeba.

A. Anhang

A.1. Messwerte

Tabelle A.1.: Messunsicherheit der Gelenkpositionen aus Wiederholungsmessungen (in mm)

Bein		\bar{q}	$s(q_k)$	$s(\bar{q})$	\bar{q}	$s(q_k)$	$s(\bar{q})$
1	X	500,180	0,0113	0,0035	192,164	0,0137	0,0043
	Y	89,845	0,0049	0,0015	153,103	0,0121	0,0038
	Z	-0,089	0,0153	0,0048	346,842	0,0158	0,0050
2	X	-172,149	0,01597	0,0050	36,876	0,0159	0,0050
	Y	478,085	0,0139	0,0044	243,000	0,0164	0,0052
	Z	0,070	0,0275	0,0087	346,976	0,0119	0,0037
3	X	-328,090	0,0193	0,0061	-230,161	0,0121	0,0038
	Y	387,875	0,0078	0,0024	89,486	0,0141	0,0044
	Z	0,0	0,0	0,0	47,424	0,0143	0,0045
4	X	-327,788	0,0086	0,0027	-230,103	0,0137	0,0043
	Y	-388,530	0,0191	0,0060	-90,518	0,0160	0,0050
	Z	0,054	0,0225	0,0071	347,804	0,0140	0,0044
5	X	-172,046	0,0119	0,0037	36,871	0,0151	0,0047
	Y	-478,128	0,0207	0,0065	-243,853	0,0138	0,0043
	Z	0,0	0,0	0,0	347,468	0,0113	0,0035
6	X	500,032	0,0100	0,0031	192,112	0,0145	0,0046
	Y	-89,845	0,0049	0,0015	-154,024	0,0117	0,0037
	Z	0,0	0,0	0,0	347,132	0,0138	0,0043

A.2. Gleichungen und Vektoren zur Berechnung im Satz der impliziten Funktion

$$\mathbf{I} = [f_1, \dots, f_{24}]^T \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned}
f_1 &= (X_{u1} - X_{o1})^2 + (Y_{u1} - Y_{o1})^2 + (Z_{u1} - Z_{o1})^2 - L_1^2 \\
f_2 &= (X_{u2} - X_{o2})^2 + (Y_{u2} - Y_{o2})^2 + (Z_{u2} - Z_{o2})^2 - L_2^2 \\
f_3 &= (X_{u3} - X_{o3})^2 + (Y_{u3} - Y_{o3})^2 + (Z_{u3} - Z_{o3})^2 - L_3^2 \\
f_4 &= (X_{u4} - X_{o4})^2 + (Y_{u4} - Y_{o4})^2 + (Z_{u4} - Z_{o4})^2 - L_4^2 \\
f_5 &= (X_{u5} - X_{o5})^2 + (Y_{u5} - Y_{o5})^2 + (Z_{u5} - Z_{o5})^2 - L_5^2 \\
f_6 &= (X_{u6} - X_{o6})^2 + (Y_{u6} - Y_{o6})^2 + (Z_{u6} - Z_{o6})^2 - L_6^2 \\
f_7 &= (X_{o1} - X_{o2})^2 + (Y_{o1} - Y_{o2})^2 + (Z_{o1} - Z_{o2})^2 - n_{12}^2 \\
f_8 &= (X_{o2} - X_{o3})^2 + (Y_{o2} - Y_{o3})^2 + (Z_{o2} - Z_{o3})^2 - n_{23}^2 \\
f_9 &= (X_{o3} - X_{o4})^2 + (Y_{o3} - Y_{o4})^2 + (Z_{o3} - Z_{o4})^2 - n_{34}^2 \\
f_{10} &= (X_{o4} - X_{o5})^2 + (Y_{o4} - Y_{o5})^2 + (Z_{o4} - Z_{o5})^2 - n_{45}^2 \\
f_{11} &= (X_{o5} - X_{o6})^2 + (Y_{o5} - Y_{o6})^2 + (Z_{o5} - Z_{o6})^2 - n_{56}^2 \\
f_{12} &= (X_{o6} - X_{o1})^2 + (Y_{o6} - Y_{o1})^2 + (Z_{o6} - Z_{o1})^2 - n_{61}^2 \\
f_{13} &= (X_{o1} - X_{o7})^2 + (Y_{o1} - Y_{o7})^2 + (Z_{o1} - Z_{o7})^2 - t_{17}^2 \\
f_{14} &= (X_{o2} - X_{o7})^2 + (Y_{o2} - Y_{o7})^2 + (Z_{o2} - Z_{o7})^2 - t_{27}^2 \\
f_{15} &= (X_{o3} - X_{o7})^2 + (Y_{o3} - Y_{o7})^2 + (Z_{o3} - Z_{o7})^2 - t_{37}^2 \\
f_{16} &= (X_{o4} - X_{o7})^2 + (Y_{o4} - Y_{o7})^2 + (Z_{o4} - Z_{o7})^2 - t_{47}^2 \\
f_{17} &= (X_{o5} - X_{o7})^2 + (Y_{o5} - Y_{o7})^2 + (Z_{o5} - Z_{o7})^2 - t_{57}^2 \\
f_{18} &= (X_{o6} - X_{o7})^2 + (Y_{o6} - Y_{o7})^2 + (Z_{o6} - Z_{o7})^2 - t_{67}^2 \\
f_{19} &= (X_{o1} - X_{o8})^2 + (Y_{o1} - Y_{o8})^2 + (Z_{o1} - Z_{o8})^2 - t_{18}^2 \\
f_{20} &= (X_{o2} - X_{o8})^2 + (Y_{o2} - Y_{o8})^2 + (Z_{o2} - Z_{o8})^2 - t_{28}^2 \\
f_{21} &= (X_{o3} - X_{o8})^2 + (Y_{o3} - Y_{o8})^2 + (Z_{o3} - Z_{o8})^2 - t_{38}^2 \\
f_{22} &= (X_{o4} - X_{o8})^2 + (Y_{o4} - Y_{o8})^2 + (Z_{o4} - Z_{o8})^2 - t_{48}^2 \\
f_{23} &= (X_{o5} - X_{o8})^2 + (Y_{o5} - Y_{o8})^2 + (Z_{o5} - Z_{o8})^2 - t_{58}^2 \\
f_{24} &= (X_{o6} - X_{o8})^2 + (Y_{o6} - Y_{o8})^2 + (Z_{o6} - Z_{o8})^2 - t_{68}^2
\end{aligned}$$

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{42}]^T \quad (\text{A.2})$$

i	x_i	i	x_i	i	x_i
1	L_1	15	t_{37}	29	Y_{u2}
2	L_2	16	t_{47}	30	Z_{u2}
3	L_3	17	t_{57}	31	X_{u3}
4	L_4	18	t_{67}	32	Y_{u3}
5	L_5	19	t_{18}	33	Z_{u3}
6	L_6	20	t_{28}	34	X_{u4}
7	n_{12}	21	t_{38}	35	Y_{u4}
8	n_{23}	22	t_{48}	36	Z_{u4}
9	n_{34}	23	t_{58}	37	X_{u5}
10	n_{45}	24	t_{68}	38	Y_{u5}
11	n_{56}	25	X_{u1}	39	Z_{u5}
12	n_{61}	26	Y_{u1}	40	X_{u6}
13	t_{17}	27	Z_{u1}	41	Y_{u6}
14	t_{27}	28	X_{u2}	42	Z_{u6}

$$\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{24}]^T \quad (\text{A.3})$$

i	y_i	i	y_i	i	y_i
1	X_{o1}	9	Z_{o3}	17	Y_{o6}
2	Y_{o1}	10	X_{o4}	18	Z_{o6}
3	Z_{o1}	11	Y_{o4}	19	X_{o7}
4	X_{o2}	12	Z_{o4}	20	Y_{o7}
5	Y_{o2}	13	X_{o5}	21	Z_{o7}
6	Z_{o2}	14	Y_{o5}	22	X_{o8}
7	X_{o3}	15	Z_{o5}	23	Y_{o8}
8	Y_{o3}	16	X_{o6}	24	Z_{o8}

A.3. Unsicherheitswerte

$$u_c(\mathbf{x}) = [u_1, \dots, u_{42}]^T \quad (\text{A.4})$$

i	u_i	i	u_i	i	u_i
1	0,007 mm	15	0,004 mm	29	0,005 mm
2	0,009 mm	16	0,005 mm	30	0,009 mm
3	0,005 mm	17	0,004 mm	31	0,006 mm
4	0,008 mm	18	0,004 mm	32	0,003 mm
5	0,006 mm	19	0,005 mm	33	0 mm
6	0,005 mm	20	0,004 mm	34	0,003 mm
7	0,007 mm	21	0,004 mm	35	0,006 mm
8	0,007 mm	22	0,005 mm	36	0,007 mm
9	0,007 mm	23	0,004 mm	37	0,004 mm
10	0,007 mm	24	0,004 mm	38	0,007 mm
11	0,006 mm	25	0,004 mm	39	0 mm
12	0,005 mm	26	0,002 mm	40	0,003 mm
13	0,005 mm	27	0,005 mm	41	0,002 mm
14	0,004 mm	28	0,005 mm	42	0 mm

$$u_c(\mathbf{y}) = [u_{c1}, \dots, u_{c24}]^T \quad (\text{A.5})$$

i	u_{ci}	i	u_{ci}	i	u_{ci}
1	0,013 mm	9	0,011 mm	17	0,013 mm
2	0,013 mm	10	0,013 mm	18	0,010 mm
3	0,012 mm	11	0,013 mm	19	0,024 mm
4	0,014 mm	12	0,011 mm	20	0,022 mm
5	0,012 mm	13	0,012 mm	21	0,006 mm
6	0,012 mm	14	0,012 mm	22	0,010 mm
7	0,014 mm	15	0,009 mm	23	0,011 mm
8	0,013 mm	16	0,011 mm	24	0,005 mm

A.4. Signifikante Einflussfaktoren und Messunsicherheit für F_x , F_y , M_x , M_y und M_z bei $F_z = 5 \text{ kN}$

Tabelle A.2.: Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf F_x bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5\text{ kN}$

X_i	x_i	$u(x_i)$	Verteilungsfkt.	c_i	Beitrag zur MUB	rel. Beitrag zur MUB
F_1	1017,920 N	0,183 N	normal	-0,66 N/N	-0,121 N	22,8 %
F_2	1031,750 N	0,165 N	normal	0,45 N/N	0,074 N	8,6 %
F_3	1151,070 N	0,213 N	normal	0,21 N/N	0,045 N	3,1 %
F_4	1207,159 N	0,217 N	normal	0,21 N/N	0,046 N	3,2 %
F_5	1197,370 N	0,216 N	normal	0,45 N/N	0,097 N	14,7 %
F_6	1134,470 N	0,199 N	normal	-0,66 N/N	-0,131 N	26,9 %
Y_{o1}	153,104 mm	0,013 mm	normal	1,43 N/mm	0,019 N	0,5 %
Z_{o1}	346,828 mm	0,012 mm	normal	3,70 N/mm	0,044 N	3,1 %
X_{o3}	-230,161 mm	0,014 mm	normal	1,77 N/mm	0,025 N	1,0 %
Z_{o3}	347,405 mm	0,011 mm	normal	-3,40 N/mm	-0,037 N	2,2 %
X_{o4}	-230,102 mm	0,013 mm	normal	3,03 N/mm	0,039 N	2,4 %
Y_{o4}	-90,519 mm	0,013 mm	normal	-1,81 N/mm	-0,023 N	0,9 %
Z_{o4}	347,785 mm	0,011 mm	normal	-3,50 N/mm	-0,039 N	2,3 %
X_{o5}	36,873 mm	0,012 mm	normal	3,60 N/mm	0,043 N	2,9 %
X_{o6}	192,112 mm	0,011 mm	normal	2,36 N/mm	0,026 N	1,1 %
Z_{o6}	347,116 mm	0,010 mm	normal	3,70 N/mm	0,037 N	2,1 %
F_x	68,245 N	0,253 N				

Tabelle A.3.: Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf F_y bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5kN$

X_i	x_i	$u(x_i)$	Verteilungsfkt.	c_i	Beitrag zur MUB	rel. Beitrag zur MUB
F_1	1017,920 N	0,183 N	normal	0,14 N/N	0,026 N	1,0 %
F_2	1031,750 N	0,165 N	normal	-0,50 N/N	-0,083 N	9,9 %
F_3	1151,070 N	0,213 N	normal	-0,64 N/N	-0,136 N	27,1 %
F_4	1207,159 N	0,217 N	normal	0,64 N/N	0,139 N	28,1 %
F_5	1197,370 N	0,216 N	normal	0,50 N/N	0,108 N	17,0 %
F_6	1134,470 N	0,199 N	normal	-0,14 N/N	-0,028 N	1,1 %
Y_{o1}	153,104 mm	0,013 mm	normal	2,10 N/mm	0,027 N	1,1 %
Z_{o1}	346,828 mm	0,012 mm	normal	2,10 N/mm	0,025 N	1,0 %
Y_{o2}	243,000 mm	0,012 mm	normal	1,70 N/mm	0,020 N	0,6 %
Z_{o2}	346,961 mm	0,012 mm	normal	4,30 N/mm	0,052 N	3,9 %
Y_{o3}	89,485 mm	0,013 mm	normal	1,50 N/mm	0,020 N	0,6 %
Z_{o3}	347,405 mm	0,011 mm	normal	2,30 N/mm	0,025 N	0,9 %
Y_{o4}	-90,519 mm	0,013 mm	normal	1,50 N/mm	0,020 N	0,6 %
Z_{o4}	347,785 mm	0,011 mm	normal	-2,60 N/mm	-0,029 N	1,2 %
Y_{o5}	-243,853 mm	0,012 mm	normal	1,90 N/mm	0,023 N	0,8 %
Z_{o5}	347,450 mm	0,009 mm	normal	-4,40 N/mm	-0,040 N	2,3 %
Y_{o6}	-154,023 mm	0,013 mm	normal	2,40 N/mm	0,031 N	1,4 %
Z_{o6}	347,116 mm	0,010 mm	normal	-1,80 N/mm	-0,018 N	0,5 %
F_y	95,134 N	0,262 N				

Tabelle A.4.: Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_x bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5\text{ kN}$

X_i	x_i	$u(x_i)$	Verteilungsfkt.	c_i	Beitrag zur MUB	rel. Beitrag zur MUB
F_1	1017,920 N	0,183 N	normal	$0,16\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$0,029\text{ N} \cdot \text{m}$	10,1 %
F_3	1151,070 N	0,213 N	normal	$-0,16\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$-0,034\text{ N} \cdot \text{m}$	13,7 %
F_4	1207,159 N	0,217 N	normal	$0,16\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$0,035\text{ N} \cdot \text{m}$	14,2 %
F_6	1134,470 N	0,199 N	normal	$-0,16\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$-0,032\text{ N} \cdot \text{m}$	11,9 %
Y_{o1}	153,104 mm	0,013 mm	normal	$1,50\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,020\text{ N} \cdot \text{m}$	4,5 %
Z_{o1}	346,828 mm	0,012 mm	normal	$1,20\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,014\text{ N} \cdot \text{m}$	2,4 %
Y_{o2}	243,000 mm	0,012 mm	normal	$1,50\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,018\text{ N} \cdot \text{m}$	3,8 %
Z_{o2}	346,961 mm	0,012 mm	normal	$2,20\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,026\text{ N} \cdot \text{m}$	8,2 %
Y_{o3}	89,485 mm	0,013 mm	normal	$1,50\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,020\text{ N} \cdot \text{m}$	4,5 %
Z_{o3}	347,405 mm	0,011 mm	normal	$1,10\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,012\text{ N} \cdot \text{m}$	1,7 %
Y_{o4}	-90,519 mm	0,013 mm	normal	$1,50\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,020\text{ N} \cdot \text{m}$	4,5 %
Z_{o4}	347,785 mm	0,011 mm	normal	$-1,20\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,013\text{ N} \cdot \text{m}$	2,1 %
Y_{o5}	-243,853 mm	0,012 mm	normal	$1,80\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,022\text{ N} \cdot \text{m}$	5,5 %
Z_{o5}	347,450 mm	0,009 mm	normal	$-2,30\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,021\text{ N} \cdot \text{m}$	5,0 %
Y_{o6}	-154,023 mm	0,013 mm	normal	$1,60\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,021\text{ N} \cdot \text{m}$	5,1 %
Z_{o6}	347,116 mm	0,010 mm	normal	$-1,10\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,011\text{ N} \cdot \text{m}$	1,4 %
M_x	-17,788 N · m	0,092 N · m				

Tabelle A.5.: Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_y bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5kN$

X_i	x_i	$u(x_i)$	Verteilungsfkt.	c_i	Beitrag zur MUB	rel. Beitrag zur MUB
F_1	1017,920 N	0,183 N	normal	$0,09 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$0,016 \text{ N} \cdot \text{m}$	3,1 %
F_2	1031,750 N	0,165 N	normal	$-0,18 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$-0,030 \text{ N} \cdot \text{m}$	10,4 %
F_3	1151,070 N	0,213 N	normal	$0,10 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$0,021 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,0 %
F_4	1207,159 N	0,217 N	normal	$0,10 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$0,021 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,3 %
F_5	1197,370 N	0,216 N	normal	$-0,18 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$-0,039 \text{ N} \cdot \text{m}$	17,8 %
F_6	1134,470 N	0,199 N	normal	$0,09 \text{ N} \cdot \text{m/N}$	$0,018 \text{ N} \cdot \text{m}$	3,6 %
X_{o1}	192,164 mm	0,013 mm	normal	$-1,05 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,014 \text{ N} \cdot \text{m}$	2,2 %
Z_{o1}	346,828 mm	0,012 mm	normal	$-1,90 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,023 \text{ N} \cdot \text{m}$	6,1 %
X_{o2}	36,875 mm	0,014 mm	normal	$-0,81 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,011 \text{ N} \cdot \text{m}$	1,5 %
X_{o3}	-230,161 mm	0,014 mm	normal	$-1,56 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,022 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,6 %
Y_{o3}	89,485 mm	0,013 mm	normal	$0,67 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$0,009 \text{ N} \cdot \text{m}$	0,9 %
Z_{o3}	347,405 mm	0,011 mm	normal	$1,90 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$0,021 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,2 %
X_{o4}	-230,102 mm	0,013 mm	normal	$-2,05 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,027 \text{ N} \cdot \text{m}$	8,4 %
Z_{o4}	347,785 mm	0,011 mm	normal	$1,90 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$0,021 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,2 %
X_{o5}	36,873 mm	0,012 mm	normal	$-2,12 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,025 \text{ N} \cdot \text{m}$	7,6 %
X_{o6}	192,112 mm	0,011 mm	normal	$-1,89 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,021 \text{ N} \cdot \text{m}$	5,1 %
Z_{o6}	347,116 mm	0,010 mm	normal	$-1,90 \text{ N} \cdot \text{m/mm}$	$-0,019 \text{ N} \cdot \text{m}$	4,3 %
M_y	$12,063 \text{ N} \cdot \text{m}$	$0,092 \text{ N} \cdot \text{m}$				

Tabelle A.6.: Unsicherheitsbeiträge der dominierenden Einflussfaktoren auf M_z bei uniaxialer Belastung mit $F_z = 5\text{ kN}$

X_i	x_i	$u(x_i)$	Verteilungsfkt.	c_i	Beitrag zur MUB	rel. Beitrag zur MUB
F_1	1017,920 N	0,183 N	normal	$0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$0,024\text{ N} \cdot \text{m}$	10,2 %
F_2	1031,750 N	0,165 N	normal	$-0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$-0,021\text{ N} \cdot \text{m}$	8,3 %
F_3	1151,070 N	0,213 N	normal	$0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$0,028\text{ N} \cdot \text{m}$	13,9 %
F_4	1207,159 N	0,217 N	normal	$-0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$-0,028\text{ N} \cdot \text{m}$	14,4 %
F_5	1197,370 N	0,216 N	normal	$0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$0,028\text{ N} \cdot \text{m}$	14,3 %
F_6	1134,470 N	0,199 N	normal	$-0,13\text{ N} \cdot \text{m}/\text{N}$	$-0,026\text{ N} \cdot \text{m}$	12,1 %
Y_{o1}	153,104 mm	0,013 mm	normal	$1,10\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,014\text{ N} \cdot \text{m}$	3,7 %
X_{o2}	36,875 mm	0,014 mm	normal	$-0,93\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,013\text{ N} \cdot \text{m}$	3,1 %
Y_{o2}	243,000 mm	0,012 mm	normal	$-0,52\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,006\text{ N} \cdot \text{m}$	0,7 %
X_{o3}	-230,161 mm	0,014 mm	normal	$-1,00\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,014\text{ N} \cdot \text{m}$	3,6 %
Y_{o3}	89,485 mm	0,013 mm	normal	$-0,61\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,008\text{ N} \cdot \text{m}$	1,1 %
X_{o4}	-230,102 mm	0,013 mm	normal	$1,10\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,014\text{ N} \cdot \text{m}$	3,7 %
Y_{o4}	-90,519 mm	0,013 mm	normal	$-0,64\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,008\text{ N} \cdot \text{m}$	1,3 %
X_{o5}	36,873 mm	0,012 mm	normal	$1,10\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,013\text{ N} \cdot \text{m}$	3,2 %
Y_{o5}	-243,893 mm	0,012 mm	normal	$-0,60\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$-0,007\text{ N} \cdot \text{m}$	0,9 %
Y_{o6}	-154,023 mm	0,013 mm	normal	$1,20\text{ N} \cdot \text{m}/\text{mm}$	$0,016\text{ N} \cdot \text{m}$	4,4 %
M_z	-1,15 N · m	0,074 N · m				

A.5. Photogrammetrie Hexapod

Tabelle A.7.: Technische Daten Photogrammetrie Hexapod

Element	Technische Daten
Kamera	IDS uEye UI-2250-M
Sensor	1/1,8" CCD
Auflösung	1600 x 1200 Pixel
Pixelgröße	4,4 μm \times 4,4 μm
Objektiv	Cosmicar / Pentax C-Mount TV Lens 1,2 / 12
Blende	5,6
Arbeitsabstand	530 mm

Danksagung

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Produktionsmesstechnik der TU Braunschweig und dem Fachbereich Festkörpermechanik der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt entstanden.

Für die hervorragende Betreuung und die sehr umfangreiche Unterstützung im Laufe der Arbeit bedanke ich mich bei Prof. Rainer Tutsch. Für die Übernahme des Zweitgutachtens danke ich Prof. Thomas Fröhlich. Dr. Rolf Kümme danke ich für die Betreuung und Unterstützung auf Seite der PTB.

Dr. Dirk Röske gilt mein Dank für die fachliche Unterstützung bei der Arbeit an der statischen Referenzmesseinrichtung sowie bei diversen weiteren fachlichen Fragen. Dr. Marcus Petz und Dr. Marc Fischer danke ich für die vielfältigen Diskussionen bei Fragen zu verschiedenen optischen Messverfahren.

Des Weiteren bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern des IPROM, den Studierenden die mich im Rahmen von Studienarbeiten und HIWI-Tätigkeiten unterstützt haben sowie den weiteren Doktoranden der Abteilungen 1 und 5 der PTB für vielfältige Diskussionen.

Abschließend möchte ich mich bei Claus German Smith für den geschenkten Mate bedanken, der mich bei der Arbeit und besonders beim Schreiben immer sehr unterstützt hat. Ohne ihn hätte das alles deutlich länger gedauert.